ANALISI O RISOLVTIONE DE QVESITI

Altre volte Stampati,

Con il modo d'estraer Radici di Numeri Cõposti, Rationali, & inrationali, con dignità Algebratiche, e senza.

DI BENEDETTO DE MAGHETTI d'Assisi D. di Filosofia, e Medicina, e primo Medico Fisico d'Ancona.

DEDICATA

All'Illustrissimo, & Eccellentissimo S. S.

NICOLO DE CONTI GVIDI BAGNO

Marchese di Monte Bello, e Generale per la Santità di N. S. dell'Armi di Ferrara, di Bologna, e di Romagna.

IN ANCONA,

Appresso Marco Saluioni. 1639.

Con licenza de' Superiori.

All'Illustrifs. & Eccellentifs. Sig.

MARCHESE GVIDO BAGNI

GENERALE DELL'ARMI

PER N. S. IN FERRARA

Padron Colendifsimo.

E mai ad huomo, che si propone per mezzo delle Stampe far palese al Mondo alcuna sua fattiga de studij conuenne di procurarsi fauore di Persona autoreuole, perche le sue cose proteghi, à me Eccellentissimo Signore, che hò deliberato mandare in luce il modo, & arte di cauare le Radici de numeri rationali, & inrationali composti non da altri fin hora fatto, e di sciorre alcune questioni d'Algebra, de quali feci partecipe l'Eccellenza Vostra già sono alcuni mesi, ragioneuolmente conuiene: perciò che non prima si veddero le carte de miei dubbi, che molti fuor d'ogni ragione fecero finistro giuditio di me, stimandomi volessi io far guadagno, anzi vsura di virtù, con far partecipi di quelli molt'huomini in somiglianti speculationi versati ritraendone da loro la maniera, & arte disciorre le sudette questioni. Altri non

A 2 *passo-*

passorono con silenzio quegli errori, che per humana trascuraggine, sogliono nello stampare accadere. Altri in somma diuersamente fauellando: diedero à credere con quella picciola fattiga poco acquisto di Gloria l'Autore facesse, per lo che con giusta ragione hauendo à publicare lo scioglimento de medemi dubbi, hò deliberato imitar l'altrui costume, cioè di ricourarmi sotto l'ombra fauoreuole di Signore, che con il suo nome le mie tenue fattighe à lui consecrate si rendino più riguardeuoli, ò meno sogette al barbaro costume de molti.

Onde meco stesso pensando à chi douessi io consecrarle, finalmente determinai all'Eccellenza Vostra non già perche mi si porgesse occasione in questa lettera far compendio delle sue lodi secondo l'vso de moli per cagion di rendermigli più grato: perciò che stimarei far torto al molto suo merto, & al testimonio de tutti gl'huomini, come, che io mi ponessi à palesare il caldo del Fuoco, e lo splendor del Sole, ne per sgrauarmi del molto peso dell'obligationi mie verso di Lei, credendo più tosto farlo maggiore, mentre reputo à singolar fauore ella sia per riceuer le presenti fattighe sotto la sua protezzione: mà bene perche giudico ella come si degnò annouerarmi trà suoi seruidori, e poi benignamente proteggermi, così facilmente sia per fare delle cose mie, qui inchinandomeli humilmente la riuerisco. D'Ancona li 6. d'Ottobre 1639.

Di V. S. Illustriss. & Eccellentiss.

Obligatiss. & Diuotiss. Ser.
Benedetto de Maghetti.

AL BENIGNO LETTORE.

N Acqui (Benigno Lettore) per così dire con desiderio sour'ordinario di sapere, che fosse Algebra, e quanto fù questo grande, tanto più picciolo il commodo io hebbi d'impiegarui lo studio, & occuparui l'animo tutto, come la difficoltà di simil contemplatione richiede, conciosia che à pena vscito da gl'anni di prima giouanezza datomi alli studij della Filosofia, e Medicina, malageuolmente poteuo impiegarmi altroue, senza pericolo di non conseguire perfettamente quel fine delle fattighe in così fatti studij, cioè à dire d'arriuare à qualche grado di perfettione, ond'io potessi non mediocremente giouare ad altrui, & aquistar merito presso la Maestà di Dio. Mà dall'alta parte conoscendo vero quel detto.

Quod caret alterna requia durabile non est.

E come ch'il desiderio grande egli fosse impetrai facilmente dal mio volere lo dispensare alcune hore del giorno in seruizio di così diletteuole studio: stimandomi di riposare all'hora quando in quello eser

citato mi fosse, riputandolo sollieuo dell'Animo;
come stimata fù da Oratio la Lira.

. . . . . O laborum.
Dulce lenimen. . . . .

E così col fauore del Cielo prendendo vna non interrotta fatica ad immitatione d'Apelle.

Nulla dies sine linea.

Arriuai à quella cognitione, che da gl'antichi Scrittori di quest'Arte poteasi apprendere, mà poi conoscendo, che molto più oltre di ciò, che questi scritto lasciarono giunger si poteua nelle speculationi, & arriuare ad vn più alto grado di dottrina; per tanto sempre hebbi stimolo di veder nuoui libri che di quest'Arte parlassero. Et ecco facendomisi all'incontro il Dotissimo Sig. Muzio Oddi da Vrbino con molte opere di Francesco Vieta pienamente sodisfece alla mia brama, e testificommi con l'opre di si grand'Autore l'Intelletto humano molte maggiori i suoi confini vsurparsi nella contemplatione di numeri, di quello gl'Antichi stimorono. Onde mi è stato lecito lo scorgere non follemente andauo meco stesso filosofãdo mẽtre io procurauo far acquisto d'alcune anzi moltissime cose, ch'all'Algebra si appartengono, perciòche ne scritti di si grand'huomo hò veduto quello per lungo spazio di tempo hebbi nell'animo imparare; mà perche non vi scorsi il metodo, e via d'estraere le radici di numeri composti con dignità Algebratiche, cosa di non vulgare speculatione. Feci sicuro proponimento d'insegnarle io,

le io, e publicar ciò come vero parto del mio pouero ingegno, mà ſtimando vana riuſciſſe l'opera quando ciò altri inſegnato haueſſero, per tanto giudicai profiteuole lo publicar prima alcune Queſtioni, come feci, con occaſione delle quali ſcriuerà lettori ſi compiaceſſero auuiſarmi ſe di tal materia haueſſero altri dato ammaeſtramenti, e precetti: mà non prima comparuero le mie carte al coſpetto degl'huomini, che molti ſiniſtramente hanno di me penſato quaſi ch'io mi deſſi à credere far acquiſto di gloria, quando da altri riſolute non fuſſero: Quaſi ch'io nõ huomo; mà ſuperiore dell'humana conditione non ſoggiaceſſi à gl'errori, nõ paſſando molti ſotto ſilenzio quei falli, che per humana traſcuragine ſogliono nello ſtamparſi accadere, e pure ſomiglianti errori ſono da Oratio perdonati à Poeti.

Verum vbi plura nitent in carmine non ego paucis
Offendar maculis, quæ aut incuria fudit.
Aut humana parum cauit natura.

E quello che è di rilieuo aſſai maggiore molti ſi baſſamente di me ſentirono, che ſi perſuaſero io publicaſſi quelle Queſtioni, e le diſpenſaſſi ad alcuni huomini letterati per da loro ſottrare la ſoluzione a me aſcoſa: lo che mi hà moſſo dar in luce la preſente fatica, acciò inſegnando qui la via per ſciorle tener ſi deue; que tali s'auuedino quanto foſſero dal vero lontani. E quanto la maluagità loro, il giuditio de lor medemi auanzaſſe. Hor tu benigno Lettore accetta volontieri queſta brieue fatica, in cui s'alcu-

A 4 no er-

no errore scorgerai di quelli, che altri altre volte nõ mi vollero perdonare, ricordati di quello disse l'istesso Poeta.

Sunt delicta tamen, quibus ignouisse velimus.
Nã neq; corda sonũ reddit, quẽ vult manus, & mẽs
Poscentique grauem per sępe remittit acutum
Nec semper feriet quodcunque minabitur arcus.

Frà tanto con desiderio attendi alcune mie Opre assai maggiori, cioè Algebra speciosa, numerosa, e lineale, che si chiamerà Teatro Aritmetico, e Geometrico, che io non mancherò d'attendere à stamparle. Viui felice.

Al Molt' Illust. & Eccellentiss. Sig.

DOTTOR BENEDETTO MAGHETTI

Eccellentissimo Fisico, e Mattematico.

D'ACCADEMICO CALIGINOSO.

EH dimmi ò Ciel se dal stellãte Regno
L'alto figlio di Maia, e sceso al Mondo
Già che simile al suo celeste ingegno
Vn ne splende frà noi scelto, e fecõdo;

Che parmi s'erga à così raro segno
Che possa ambir qual Mauritan secondo
Heroe sapiente, ed'ogni fama degno
Dominare del Ciel le Stelle, e'l pondo.

Si che m'arischio dir torni Archimède,
E il saggio di Megera altero lume
E à questo cadin riuerenti al piede.

E dican ambi in te scorre ogni fiume
D'alto sauer MAGHETTI, e tien la sede
Onde il cor ti sacriam qual nostro Nume

In

In Lode

DELL'ECCELLENTISS. SIG. BENEDETTO MAGGETTI FISICO, ET MATTEMATICO

Con l'occaſione della ſua Opera dell' eſtrattioni delle Radici.

MADRIGALE

Dell'Innominato Accademico Caliginoſo.

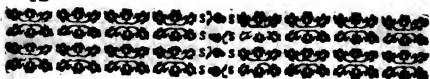
'Hippocrate ſeguace
Sete ſaggio MAGHETTI
A benefitio de Mortali in Terra,
Et hor con nuoui detti
Moſtrate pur, fatto più d'altri audace
Nella Scuola d'Euclide à prò del Mondo
Delle Radici numeroſe il fondo.
Che merauiglia è poi ſe ognun vi crede
Vn Nouello Galeno, vn Archimede.

Al Molt'Illuft. & Eccellentifs. *Sig.*

BENEDETTO MAGHETTI

Medico dell'Illuftrifsima Città d'Ancona.

D'Innominato Autore.

MAGHETTI in te l'alte virtudi infonde
Di Efculapio, e d'Euclide il Cielo amico,
Qual hor la morte, ò il numerofo implico,
O fciogli, ò freni pien d'opre feconde;
Che fe in fcena de morbi, e febri immonde
Trionfar della morte hai l'vfo antico
Fatto hora antemurale al mal nemico,
Aggiongi fama al tuo valore altronde;
Febbo, che il tutto alluma, e chiaro fplende,
Genitor d'herbe, e di fiorita prole
Te fembrar ne tuoi fcritti ogn'vno apprende;
Che mentre à prò della Terreftre mole
Scriui, ne fenfi altrui lume s'accende
Ben fei nel opre, e nelle carte il *Sole*.

Al Molt'Illust. & Eccellettiss. Sig.

BENEDETTO MAGHETTI

Medico dell'Illustrissima Città d'Ancona.

Per vn'Opera, che deue stampar d'Algebra, doue tratta alcune materie sin' à qui scritte da nessuno.

CESSA di mendicar frà i lustri andati
Dall'industria dell'arte opre ingegnose
Da le cagioni di natura ascose
Effetti di stupor, figli pregiati.
Quante del tempo i portatori alati
Ne condusser dell'arte opre famose,
Quanti effetti aprì mai natura, ò ascose,
Fur da quest'opra sol tutti auuanzati.
Ne ti fè la natura altrui simile,
Mentre carco d'età cinto d'allori
Frà le neui del crin verdeggia Aprile.
Nell'altrui pouertà MAGHETTI opimo
Nel silentio commun apri tesori,
Et ne numeri tuoi sia sempre il primo.

Per

Per Illustri, & Excellentissimo D.

D. BENEDICTO DE MAGHETTIS

Phylosopho Assisiati, & Anconæ Physico.
D. D. D.

NEC nimium se se Megaræ Confinia iactent,
Euclidi patrium, quæ tribuère solum.
Nec te Galle nimis tua si tibi Terra Vietam
Protulit, Ægyptus, nec Ptolomęe tua.
Quæque Mathematices pepererunt Regna peritos,
Vmbria nam fas est cedere quæque tibi.
Ecce tuum metris, physicaque ambage Maghettum
Hos auxisse suo plus in honore patet.
Innumeras patriæ, numeris dum immensa recenset,
Assisij laudes, & facit ipse suas.

Ad

Ad Per Illustrem, & Excellentiss. D.

D. BENEDICTVM
MAGHETTVM
Ppylosophiæ Doctorem,

Medicum, ac Mathematicum Celeberimum.

De Opere nuper ab eo de Algebra conscripto.

MBRIÆ decus, & iubar coruscum
Omnis Ausoniæ lepor, charisque
Musarum, sophiæque magne cultor;
Nunc Hippocratis æmulus, Galeni
Docti dignus alumnus, atque Phæbi,
Tu languentibus exhibes salutem.
Immensos modo circyno reducis
Euclide, ò BENEDICTE maior Orbes.
Quam plaudentibus omnis in lycæis
Querit Algebra supputare summam,
Doctis tu potes expedire chartis.
Si tantum mihi Iuris, ò daretur,
Tuas vt nitidi explicare possem
Virtutes animi, Algebræ recentis
Inuentor fierem, MAGHETTE primus.

Per

Per Illuſtri, & Excellentiſſimo D.

D. BENEDICTO DE MAGHETTIS

IN ZOILVM IAMBVS.

VENENA preſſis dira labris comprime
Quiſquis peroſus excipis præconia,
VulgoMAGHETTI fama quę diſſeminat:
Linguæ triſulcis, nec ſagittis impete.
Num tabidus tot tenebras offundere,
Quæ Sole maius occulant iubar.
Num quiueris? Secede nam Pieridum
In te ſororum, ſiue Phæbi concitas,
Vel ſtulte, ſyderum vltionem tetricam;
Natura quod vel gignit, ambit, & fouet,
Quorum ſinu MAGHETTVS ordines capit.
Et mille metricà modis vidigerit.
Adhuc ſed audes mordicas effundere
Voces? nec expaueſcis imminentibus
Tuum in caput loquax periclis Zoile?
Homerici tu Iudicis, ceu conſpicor,
Hæres manebis Aſſis æque præmia.
Tanti Magiſtri dum nouas encomia.

Ad

Ad Per Illustrem, & Excellentiss. D.

D. BENEDICTVM MAGHETTVM

Phylosophiæ Doctorem,

Et eximium Medicinæ Professorem.

De Algebra doctissimè scribentem.

Nnumeros numeris numeros licet Algebra iungat,
Aut numeris numeros subtrahat illa suis;
Illa tuis meritis, numero nihil adderet impar.
Demeret aut quicquam laudibus illa tuis.
Ergo tuas laudes numeret mihi magnus Apollo,
Si potis est illas, vel numerare Deus.

CHI volesse esattamente mostrare il modo d'estraer le radici de numeri composti con dignita algebratiche, e senza, per poter poi sciorre i quesiti, che poco tempo fa mandai alle stampe, sarebbe necessario trascorrer tutta l'Algebra, la quale si serue di tre sorte de numeri, cioè de numeri ordinarij rationali, & irrationali, quali sono di tre sorte, semplici, come radice quadra, cuba, &c. e di questi composti come sono i binomi, e residui, e delle radici di queste dette radici vniuersali, ò ligate, & anco opra numeri chiamati cossici, ò denominati; e di tutti questi sarebbe necessario trattar del nascimento, natura, e algoritmo; ma perche riseruo il tutto da trattarne nella mia Algebra, o Teatro Aritmetico, e presuppongo trattar per hora con quegli, che hanno piena cognitione di tutte queste sorte de numeri, ò almeno con quegli che n'hanno qualche cognitione, proporrò solo alcuni auuertimenti per poter con più chiarezza caminare, & essere inteso. Però s'auuerta prima, che tutti li numeri tanto rationali, quanto inrationali non hanno alcuno esponente, e tanto vagliano quanto sonano come 3. 4. 5. rq5. rc6. &c.

Ma li numeri denominati hanno i loro esponenti, e sono questi, volendo seguitare l'ordine di Diofanto Alessandrino inuentore dell'Algebra.

Il primo si chiama Radice, ò cosa, ò tanto principio dell'altri numeri denominati, & hà per esponente 1 e si segna così N.

Il secondo si segna q cioè quadro, potenza, ò censo, & hà per esponente 2, & è fatto dalla moltiplicatione in se stesso di N, & è detto plano.

Il terzo hà per segno c. detto Cubo, & ha per esponente 3: perche è terzo nell'ordine, & è fatto dalla moltiplicatione di N via q chiamato solido.

Il quarto si segna qq, cioè quadro quadro, ò potenza di potenza, ò censo censo, ha per esponente 4 fatta dalla moltiplicatione di N via q, ò di q via q nominato plano plano.

Il quinto si segna q c potenza cuba, benche sia anco detto primo relato, ò sursolido ha per esponēte 5 & è fatto dalla moltiplicatione di N via q q ò di q via c apellato plano cubo.

Il sesto si contrasegna c c cioè cubo cubo, hà per esponente 6, e si fa della moltiplicatione di N via q c, ò di q via q q, ò di c via c detto solido solido.

Il settimo q q c potenza di potenza cuba, ha per esponente 7: q c c potenza cubo cubo esponente 8 ccc cubo cubo cubo, &c. è così in infinito, noi in questo loco tratteremo solo fino a cubo cubo.

Auuertimento Secondo.

S'Auuertano dunque tutti questi caratteri di dignità.

E di più che r q significa radice quadra.

r c radice cuba.

r qq radice quadra quadra, &c. + significa più — significa meno: r q ( ) significa radice vniuersale,

sale, ò ligata.
$=$ significa vguale à.

Auuertimento terzo.

AVuertasi l'algoritmo di dignità del quale porrò solo gl'esempi.
Sommisi 3 N con 2 N fa 5 N.
Sommisi r q 5 N con r q 5 fa r q 20 N.
Sommisi r q 20 N con r q 5 N fa r q 45 N.
Sommisi r q 6 N con r q 3 N fa r q 5 N $+$ r q 3 N.
Sommisi r q (5 $+$ r q 3) N con r q (5 $+$ r q 3) N fa r q (20 $+$ r q 48) N.
Sommisi 3 N con 5 q fa 3 N $+$ 5 q.
Sommisi 6 c con 5 q fa 6 c $+$ 5 q.
Come non hanno i numeri l'istessa dignità si sommano con il segno del $+$.

Sottrare.

DA 3 N cauasi 2 N resta 1 N: da r q 20 N cauisi r q 5 N, restano r q 5 N, e come sono di diuersa dignità si sottrano con il segno del $-$ e si faranno radici si tenga a mente, come si sottrano le radici quadre, cube, &c.

Moltiplicare.

IL moltiplicare con dignità si moltiplicano i numeri, e si sommano gl'esponenti delle dignità, e si segna il carattere, che hà per esponente la

somma de gli esponenti.
Moltiplichisi 3 N via 2 N fa 6 q.
3 q via 5 c fa 15 q c.
7 c via 3 N fa 21 q q.
moltiplichisi r q 3 via 2 N fa r q 12 N qui nasce vn dubbio, se hauendosi a quadrare il 2 numero di N si debba anco quadrare la dignità, e dir r q 4 q.

Se hò da dire il mio senso credo si possa fare l'vno, e l'altro modo, perche nell'vno, e nell'altro modo si può cauar la radice quadra, ò cuba, &c.

Il Bombello a nessun'altro secondo, dice nel 2 libro della sua Algebra à carte 206 che à moltiplicare r q via dignità è come moltiplicar numero via dignità, perche la radice non è altro, che vn numero in potenza, e però la diuersità consiste solo nel numero senza participatione della dignità, e poi soggiunge, che conduce a troppa gran dignità, che per euitar questo inconueniente si lasci star la dignità, e dice, che à moltiplicare r q 5 via 2 N, fa r q 20 N.

All'incontro il Padre Clauio nel fine del cap. 26. della sua Algebra à carte 137. dice, che si deue quadrare con il numero anco la dignità, e da l'esempio, che douendosi moltiplicare 1 N via r q 4 il prodotto è r q 4 q, e se s'hà da moltiplicare 3 N via r q 16 fa r q 144 q, e per maggior chiarezza adduce il problema 12. e 28. del cap. 32. nel duodecimo problema moltiplicando.

$$\begin{array}{r} rq\,162 + 9 - 1\,N. \\ \text{via } rq\,162 + 9 - 1\,N. \\ \hline - rq\,162\,q - 9\,N + 1\,q. \\ rq\,13122 + 81 - 9\,N. \\ 162 + rq\,13122 - rq\,162\,q. \\ \hline 243 - 18\,N + 1\,q + rq\,52488 - rq\,648\,q. \end{array}$$

Doue questo Autore moltiplicando 1 N via r q 162 fa il prodotto r q 162 q e non N: ma facendo l'vguagliatione trà r q 648 q + 18 N, e 216 + r q 41472 dice, che questo numero si deue diuidere per quello leuate le dignità N, e q, essendo r q 648 q + 18 N tutti N se questo q deue oprarsi per N; perche farlo q? si poteua pur multiplicare così, e non saria nata questa confusione.

$$\begin{array}{r} rq\,162 + 9 - 1\,N. \\ rq\,162 + 9 - 1\,N. \\ \hline - rq\,162\,N + 9\,N + 1\,q. \\ rq\,13122 + 81 - q\,N. \\ 162 + rq\,13122 - rq\,162\,N. \\ \hline 243 + rq\,52488 - rq\,648\,N - 18\,N + 1\,q. \end{array}$$

Da che nasceua l'vguagliatione tra r q 648 *N* + 18 *N*, e 216 + r q 41472.

E non nasceua difficultà alcuna di metter, e riputare la q per *N*.

Nel problema poi 28 dell'istesso capitolo riducẽdo l'vguagliatione à r q 3 q = a 6 dice, che 1 *N* vale r q 12 essendo r q 3 q numero de *N*, e non di q, e per altre raggioni, come à suo luoco mostrerò

rò m'induco à ſeguitare il Bombello, & altri ſegua chi gli pare.

E perche più chiaro appariſca queſto moltiplicare di dignita hò voluto farci la ſottoſcritta figura per più chiarezza, e facilitare queſta operatione.

E s'opra come la tauola di Pitagora ne numeri, pigliandola dignità di ſopra con la laterale, trouandoſi il luoco doue s'incontrano, come per eſempio volendoſi moltiplicare c via q fa q c, e perche pretendo parlare con chi ſa baſti queſto per hora.

Figura Prima.

Però

IL partire è contrario del moltiplicare: poiche partendosi vn numero con dignità maggiore per vn numero con dignità minore si parte il numero, e l'esponente della dignità minore si caua dall'esponente della dignità maggiore, & il resto si vede di che dignità è esponente, e quella si segna, & è il quotiente detto da Diofanto Parabola. Come per esempio.

Per 3 *N* partasi 12 q viene 4 *N*: perche 3 in 12 entra 4 & 1 espenente di *N* cauato da 2 esponente di q resta 1 esponente di *N*.

Per 12 c partasi 24 q c viene 2 q.

Per 12 q c partasi 6 ccc viene vn mezzo qq.

Per r q 5 *N* partasi r q 80 c viene 4 q: perche à partire r q 80 per r q 5 viene r q 16 il cui lato è 4, e cauandosi 1 esponente di *N* da 3 esponente di c vien 2 esponente di q.

Per r q 3 q partasi 6 q c viene r q 12 c.

Ma se si parte vn numero con dignità minore per vn numero, che hà dignità maggiore non potendosi cauare l'esponente del partitore dall'esponēte del numero, che va partito si fà vn rotto.

Per 12 q partasi 4 *N* viene 4 *N* esimo di 12 q.

Di questo rotto si può sghisare tanto il numero, quanto la dignità, che leuato dal 12 il *N* resta num. senza esponente, & leuato da q il *N* resta *N* si che la parabola è 1 esimo di 3 *N*.

Per

Per facilitare questo atto del partire, hò fatto la presente tauola per potere con prestezza sapere, che viene, partendosi vna dignità maggiore per vna minore, se per esempio si volesse partire N per *N* vedasi doue s'incontrano, che verrà numero; perche cauato 1 da 1 esponenti resta 0. per il numero. Se s'ha da partire q q per N vien c, come si vede doue s'incontrano, e così dell'altre dignità, che per breuità tralascio, e per esser cosa facile à interderſi.

Figura Seconda.

Modo

AGgiungo à questo algoritmo l'estraer de radici da numeri semplici con dignità, che seruirà per le composte, s'auuerta bene, che leuerà molta fattiga in tali operationi.

r q

Cauisi la r q di 16 q si piglia la radice quadra del num, e la metà dell'esponente della dignità, che hà è sarà 4 *N*, che sia vero moltiplichisi 4 N via 4 N fà 16. q.

La r q di 81 qq è 9 q.

Ma se il num. hauesse la radice, e l'esponente della dignità nõ ha metà si mettono dentro dua parentesi, e si faccia vna radice vniuersale.

La r q di 25 q c è r q (25 q c) segno, che si deue cauar la r q del num. e della dignità.

Ma se s'hauesse a cauare la r q di vn num, che non hauesse lato, e la dignità hauesse la metà si segni il segno radicale al num. e si pigli la metà dell'esponente, e si segni al lato.

La r q di 20 q è r q 20 *N*, c... il suo quadrato è 20. q.

r c

Se s'hauesse à cauare la r c d'vn num. con dignità, si piglia il lato del num. & vn terzo dell'esponente della dignità, & s'osserui come nelle quadre.

La r c di 27 c è 3 N, che cubato fà 27 c.

La r c di 20 cc è r c 20 q: perche il terzo di 6 esponente

nente di cc è 2, che è esponente di q.

La r c di 22 q è r c (22 q) la r c di 20 c è r c 20 N.

La r c di 27 q c è r c (27 q c) la r c di 12 cc è r c 12 c.

r q q

Nella r q q si piglia il lato del num. & vn quarto dell'esponente.

La r q q di 256 q q è 4 N.

La r q q di 25 c è r q q (25 c)

La r q q di 20 q q è r q q 20 N.

r q c

Nella r q c si piglia il lato del num. & vn quinto dell'esponente.

La r q c di 243 q c è 3 N.

La r q c di 32 ccccc 2 c.

La r q c di 32 c è r q c (32 c)

La r q c di 12 qq cc è r q c 12 q.

r c c

Nella r cc si piglia il lato del num. & vn sesto dell'esponente della dignità, e così in infinito pigliando quella parte, che è l'esponente di tal dignità, nelle quali s'auuertà come nelle r q, e r c.

La r cc di 64 cc è 2 N.

La r cc di 729 cccc è 3 q.

La r cc di 64 c è r cc (64 c)

La r cc di 20 cc è r cc 20 N.

Auuertimento quarto.

Si tenga bene à mente l'algoritmo di +, e di −, che è molto necessario.

Som-

Sommare.

+, e + si somma, e fa +.
–, e – si somma, e fa –.
+, e – si caua, e si segna il maggiore.
–, e + si caua, e si segna il maggiore.

Sottrare.

+ da + si caua, e resta +, se quel di sopra è maggiore, se non resta –.
– da – si caua, e resta –, se quel di sopra è maggiore, se non resta +.
+ da – si somma, e resta –.
– da + si somma, e resta +.

Moltiplicare.

+ via + fa +: – via – fa +.
+ via – fa –: – via + fa –.

Partire.

+ per + vien +: – per – vien +.
+ per – vien –: – per + vien –.

In oltre si tenga bene a mente il sommar, sottrar, moltiplicare, e partire de radici semplici d'ogni sorte, di binomi, e residui, e di radici vniuersali, delle quali pienamente se ne tratta nel Teatro nostro Aritmetico.

Auuertimento quinto.

Douendosi venire ad vguagliationi di diuerse dignità, & occorra cauare le radici di più sorte,

hò pensato breuemente qui auuertire il modo, che si deue tenere in cauare ogni sorte di radice fino alla cuba, cuba inclusiuamente; ben che si possa andare in infinito, come si mostra nel nostro Teatro Aritmetico: però s'auuerta, che per cauar la r q si puntano le lettere vna si, & vna no, incominciandosi a mano dritta, & andandosi verso mano manca, & tanti punti vi saranno segnati di tanti numeri, ò figure sara fatto detto num. Per cauar dunque la r q, prima si caui il maggior quadrato, che si possa cauare fino al primo punto a mano manca, & il suo lato si segna, & è la prima figura.

Per formare la seconda figura si dupla la detta prima figura, e si vede quante volte entra nell'altro numero a canto, e si segna per la seconda figura con conditione, che se ne possa cauare il duplo della prima figura, via la seconda semplice, e poi compresaci l'vltima se ne possa cauare il quadrato della seconda figura, e questo si fa perche questo numero, dal quale si deue cauare la r q è composto del quadrato della prima figura, e del prodotto del duplo del primo numero, via il secondo, e del quadrato del secõdo, caminando nell'istesso modo la risolutione detta Analisi, e la Compositione chiamata sinthesi.

Se saranno tre punti sappiasi harà quel numero tre figure, le dua prime si chiamaranno prima figura, e l'altro seconda.

Se saranno quattro punti li tre primi saranno la prima figura, e così di più numeri, e quello si dice della

della r q, s'intende di tutte l'altre radici.

Come si caui la radice cuba.

IL num. dal quale si deue cauar la r c si segna per saper di quante figure, ò lettere è fatto, vna si, e dua nò incominciandosi à mano destra andandosi verso mano manca, e tanti punti ci sono di tante figure è fatta.

Poi si caua il maggior cubo, che si possa cauare fino al primo punto a mano manca.

Per formar la seconda figura si tripla il quadro della prima figura, e si tripla l'istessa prima figura, e si mette vna auanti l'altra, e si vede quante volte entra, e si segna con conditione, che se ne possa cauare.

Il triplo del q della prima figura via la seconda semplice.

Secondo il triplo della prima figura via il q della seconda.

Terzo il cubo della seconda figura.

Poiche l'istessa regula è nel risoluere, che nel cõporre, essendo che il cubato sia fatto del Cubo della prima figura, e del triplo del quadro della prima figura via la seconda semplice, e del triplo della prima figura via il q della seconda, e del cubo della seconda figura sommati assieme.

r q q

La r qq si caua cauandosi la r q due volte, ò vero si punta vna lettera sì, e tre nò incominciansi a mano

no dritta, come nell'altre verso mano manca, e tanti ponti ha, di tante figure è fatta.

Poi si caua la maggior qq fino al primo ponto à mano manca.

Per far la seconda figura si quadrupla il c di detta figura, si sessupla il q di detta figura, e si quadrupla detta figura, e si mette vn prodotto più auanti dell'al tro verso mano dritta, e si vede quante volte entra con conditione, che se ne possa cauare.

Primo il quadruplo del c della prima figura via la seconda.

Secondo il sessuplo del q della prima via il q della seconda figura.

Terzo il quadruplo della prima figura via il c della seconda.

Quarto il qq della seconda figura.

Poiche detta quantità è fatta.

Primo del qq della prima figura.

Secondo del quadruplo del c della prima via la seconda figura.

Terzo del sessuplo del q della prima via il q della seconda figura.

Quarto del quadruplo della prima via il c della seconda figura.

Quinto dei qq della seconda figura sommati assieme.

r q e

Hauendosi a cauar questa sorte de radici si segna vn ponto si, e quattro nò, e per cauarla prima si caua

na q c fino al primo punto à mano manca, e per formar la seconda figura.

Primo si quintupla qq della prima figura.

Secondo si decupla il c della detta figura.

Terzo si decupla il q di detta figura.

Quarto si quintupla detta figura.

E si segna per la seconda figura con conditione, che se ne possa cauare il quintuplo del qq della prima figura via la seconda semplice.

Secondo il decuplo del c della prima figura via il q della seconda.

Terzo il decuplo del q della prima figura via il c della seconda.

Quarto il quintuplo della prima figura via il qq della seconda figura.

Quinto il q c della seconda figura.

La cagione è, perche questo numero è fatto.

Del q c della prima figura.

del quintuplo del qq della prima figura via la seconda.

del decuplo del c della prima figura via il q della seconda.

del decuplo del q della pirma figura via il c della seconda.

del quintuplo della prima figura via il qq della seconda figura.

E finalmente del q c della seconda figura sommati assieme.

Per

Per saper di quante lettere, ò figure è la rcc d'vn num. si segna vna lettera si, e cinque nò, e per cauarle si caua prima il cc sino al primo punto à mano manca, e per formar la seconda figura.
Primo si sessupla il q c della detta prima figura.
Secondo si quindecupla di qq di detta figura.
Terzo si vintupla il c di detta figura.
Quarto si quindecupla il q di detta figura.
Quinto si sessupla detta figura.

E sommati assieme vno auanti l'altro si vede quãte volte entra nel num. restato con conditione, che se ne possa vauare.
Primo il sessuplo del q c dalla prima figura via la seconda semplice.
Secondo il quindecuplo del qq della prima figura via il q della seconda.
Terzo il vintuplo del c della prima figura via il c della seconda figura.
Quarto il quindecuplo del q della prima figura via il qq della seconda.
Quinto il quintuplo della prima figura via il q c della seconda.
Sesto, e finalmente il cc della seconda figura, perche questo num. dal quale si deue cauare tal radice è fatto.
Primo del cc della prima figura.
Secondo del sessuplo del q c della prima figura via la seconda.

Terzo

Terzo del quindecuplo del qq della prima figura via il q della seconda.
Quarto del vintuplo del c della prima figura via il c della seconda.
Quinto del quindecuplo del q della prima figura via il qq della seconda.
Sesto del sestuplo della prima figura via il q c della seconda.
Settimo del cc della seconda figura sommati assieme

Si può andare in infinito, del cui modo copiosamente si trattera nel nostro Teatro Aritmetico, per hora bastino queste.

Auuertite tutte queste cose, mi transferisco al modo di cauar le radici di numeri composti cō dignità, e poi passerò a numeri composti binomij, trinomij, e di più nomi senza dignità algebratiche, chiamando dignità il *N.* q. c. qq. &c.

Sappiasi, che questi numeri alle volte saranno rationali, cioè, che haranno il lato giusto, che moltiplicato in se stesso riprodurrà il numero composto, dal quale si deue cauar la radice, & alle volte sarà inrationale, che non harà detto lato; e però se sarà tale tutte quelli numeri con dignità s'includeranno dentro dua parentesi, e si farà vna radice vniuersale, ò ligata, come altri la chiamano importādo poco tener cura de nomi. Incominciamo dalla r q.

Hauendosi a cauare la r q dalli sequenti numeri con dignità, prima si veda se è rationale, ò nò, e per più chiarezza, e non moltiplicare parole, e render

 l'ope-

l'operatione più facile oprarò, & insegnarò in vn medemo tempo.

Cauisi la r q di 16 qq + 40 c + 25 q.

Prima è necessario conoscere se tal composto è rationale, cioè se hà lato giusto, ò inrationale, il che si conosce in tre modi.

Prima se è fatto de numeri rationali la somma di detti numeri è rationale, come il presente, che è fatto di 16, di 40, e di 25, che sommati fanno 81, il cui lato è 9, quadrato del composto de numeri del lato.

Secondo si conosce se è rationale, che à puntare il primo, e secōdo nu. à mano māca, e poi vno sì, & vno nò, è necessario, che vno ne resti nel fine verso mano dritta senza punto, ò come i n. sia pūto negl'vltimi.

Terzo si conosce, che quando il num. composto, dal qual si deue cauare la r q hà due figure bisogna che sia trinomio, se n'hà tre sia quinquinomio; se n'hà 4 settinomio, se n'ha 5 noninomio, ò di 9 numeri, &c. 9 qq + 12 c + 34 q + 20 N + 25.

Questo num. è rationale, perche è composto di 100, che è num. rationale, il cui lato è 10: è rationale, perche puntato resta vn num. nell'vltimo, & ha anco la terza conditione, che hauendo tre ponti, che dinotano tre figure è quinquinomio: parimente questo num. 9 q cc + 12 qq c + 28 cc + 46 q c + 48 qq + 48 c + 41 q + 20 N + 4 è rationale, che hà tutte tre le conditioni, & hauendo 5 figure è noninomio; qoiche quanti ponti ha di tante figure, ò numeri è fatto, ò composto. Cauisi dunque la r q

di

di 16 qq + 40 c + 25 q | 4 q + 5 N.
16 qq + 40 c + 25 q
0 0 0

Si piglia la r q di 16. che è 4, e la metà di 4 esponente di qq, che è 2, quale è esponente di q, però 4 q è la r q di 16 qq, e si mette da parte, quale quadrato, che è 16 qq si caua da 16 qq di sopra, e resta 0.

Per formare la seconda figura si dupla 4 q prima figura, e fa 8 q, la quale si vede quante volte entra in + 40 c, che entrarà 5, e cauando 2 esponente di q da 3 esponente di c resta 1 esponente di N, e partendosi + per + vien +, si che partendosi + 40 c per + 8 q viene + 5 *N*, e questa è la seconda figura, la quale moltiplicata via 8 q duplo della prima figura fa + 40 c, che cauato da + 40 c di sopra resta 0.

Finalmente si quadri 5 N seconda figura, che fà 25 q, e si caui da 25 q di sopra, e resta 0. *S*i che la sopradetta r q è 4 q + 5 *N*, come se ne può fare l'esperienza con moltiplicare detto lato in se stesso.

4 q + 5 N.
4 q + 5 N.

20 c + 25 q.
16 qq + 20 c.

16 qq + 40 c + 25 q.

& ecco, che è per la moltiplicatione in se stesso tornato l'istesso numero composto.

Parrà forsi à qualche persona intendente, che questo modo insegnato di cauar la radice quadra, e dell'altre da venire non sia cosa nuoua essendo che sia l'istesso, che del cauare le radici de numeri tutto confesso; ma non hauendo fin hora, che io sappia trattato alcuna persona di simil estrationi di radici da numeri cō dignità, hò voluto trattarne io. Sento altri, che dice, che nel rispondere a miei quesiti da me stampati ci è stato, chi l'ha sapute cauare, non lo nego, mà nō so se haran tenuto questo modo, oltre, che io sarò stato il primo motore, ch'habbi pēsato, & applicato, & estratte simili sorti di radici.

Aggiungo in oltre vn altro modo, da me inuentato alcuni anni sono, più facile, e più breue del passato, e fondato, e cauato dalla compositione.

Cauisi la r q di 16qq + 40c + 25q.

Si punti prima al 4 q + 5 N.

Contrario de numeri. Incominciando à mano manca, e si punti il primo, e secondo num., & vno ne resti, e se fosse tal num. fatto di più di due figure seguirà vno sì, & vno nò, se sarà rationale ne resterà vno senza nell'vltimo. Il modo è questo. Cauisi come nell'antecedente modo la r q di 16 qq, che è 4 q, e questa è la prima figura, poi questa si dupli, e fa 8 q, per il quale si parta + 40 c doue sta il secondo punto, e viene + 5 N, come di sopra, e senza far altro s'è trouato il lato di questo numero, è fondato questo modo, che questo secondo num. è fatto dal prodotto della prima figura via la seconda dua volte, e pe-

e però duplata la prima, e per questa partito il secõdo num. cioè ✢ 40 c viene la seconda figura; mà meglio si vedrà più à basso ne i numeri, che habbino 3, 4, 5, e più figure, che risparammia fatighe grandi, che pur serue à qual cosa, & è regola verissima, & vniuersale.

Sò che alcuno mi dirà, che senza tante fattighe basta in questi numeri fatti da due figure cauar la r q del primo, e del terzo num. rispondo, che è vero, mà serue solo ne binomij, mà nõn ne i residui essendo l'vltimo ✢, e douria esser –, come mostrerò in questo esempio, e solo farò l'operatione senza moltiplicar parole.

Cauisi la r q di 16 qq – 40 c ✢ 25 q.
per il primo modo.) 4 q – 5 N.

4 q ✢ 4 q
via 4 q 2 si dupl. 16 qq – 40 c ✢ 25 q.
16 qq – 40 c ✢ 25 q.

fa 16 qq. fa ✢ 8 q. 0. 0. 0.

per ✢ 8 q partasi – 40 c | – 5 N.
via ✢ 8 q.

– 5 N
via – 5 N fa – 40 c.

fa ✢ 25 q.

per il secondo modo 16 qq – 40 c ✢ 25 q.
4 q) 4 q – 5 N.
2

 16 qq

$$\begin{array}{r} 16qq - 40c \\ 8q \quad 16qq \\ \hline 0 \end{array}$$

Proua

$$\begin{array}{r} 4q - 5N \\ 4q - 5N \\ \hline -20c + 25N \\ 16qq - 20c \\ \hline 16qq - 40c + 25N \end{array}$$

torna benissimo.

r q di dua lettere con numero irrationale.

Cauisi la r q di 9 qq + r q 72 c + 2 q.

$$\begin{array}{r} 9qq + r\,q\,72c + 2q \\ )\,3q + r\,q\,2\,N \\ \hline 9qq + r\,q\,72c + 2q \\ 9qq + r\,q\,72c + 2q \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

La r q di 9 qq è 3 q, e questa è la prima figura, la quale quadrata torna 9 qq, che cauato da 9 qq resta o. Per formar la seconda figura si dupla questa prima, e fa 6 q per il quale si deue partire r q 72 c; mà perche sono di diuersa natura, cioè 6 num., e l'altro r q si quadrino i numeri d'ambedua senza alterare le dignità, le quali non hanno che fare in questo caso, però il quadrato di 6 q è 36 q, & il quadrato di r q 72 c è 72 c, che partito 72 per 36 ne vien 2, e cauato 2 esponente di q da 3 esponente di c resta 1 esponente di N, e però il quadrato della seconda figura sarà 2 N, & il suo lato sarà r q 2 N, & à partire + per + viene +, si che il lato

lato del sopradetto trinomio sarà 3 q ✱ r q 2 N.

Per il secondo modo cauisi la r q di 9 qq ✱ r q 72 c ✱ 2 q.

Segnati i punti nel primo, e secondo num. a mano manca si caui la r q di 9 qq, che è 3 q. Per formare la seconda figura si dupla il 3 q è fa 6 q, per il quale partito il num. due è il secondo punto, che è r q 72 c hauto riguardo, come di sopra alla natura de numeri viene, come per il primo modo r q 2 N. e che sia vero questo lato si proui la moltiplicatione in se stessa.

3 q ✱ r q 2 N

3 q ✱ r q 2 N

---

r q 18 c ✱ 2 q

9 qq ✱ r q 18 c

---

9 qq ✱ r q 72 c ✱ 2 q

Che sia vero, che a quadrare il num. per occasione di r q, ò cubarlo per occasione di r c, ò altra r non si debba toccare la dignità: così anco nell'occasione di pigliar il lato di num. radicale non si deue toccare la dignità, è chiaro per il presente esempio.

Poiche se s'hauesse a moltiplicare r q 2 N via r q 2 N farebbe r q 4 q, ò pigliandosi il lato toccando la dignità farebbe 2 N; ma secondo il nostro modo non toccandosi la dignità pigliando solo il lato del num. fa 2 q; poiche se volemo cauare la r q di 2 q diremo esser r q 2 N: mà se volemo la r q di 2 N diremo esser r q (2 N). Che dinota, che si deue pigliar

la r q

la r q del num., e della dignità, che non staria bene in questo proposito.

r q di 3 figure. $3q + 2N + 4$

Causisi la r q di $9qq + 12c + 28q + 16N + 16$

$$\frac{9qq + 12c \quad 4q}{0}$$

Puntato questo quinquinomio, ò come i numeri, ò come il nostro modo hà 3 punti, & susseguentemente è fatto di 3 figure, è rationale, perche ha tutte 3 le conditioni, prima è quinquinomio, secondo puntato secondo il nostro modo resta vn num. nell'vltimo, e terzo sommati tutti i numeri fanno 81, che è numero rationale, il cui lato è 9, il che stante.

$$\frac{\begin{matrix} +24q - 16N - 16 \\ 24q - 16N - 16 \end{matrix}}{0 \quad 0 \quad 0.}$$

La r q di 9 qq è 3 q, e questa è la prima figura, il cui quadrato è 9 qq, che cauato da 9 qq resta 0. Per formare la seconda figura si dupla 3 q prima figura, e viene 6 q, che in 12 c entra 2, e cauato 2 esponente di q partitore da 3 esponente di c, che è partito resta 1 esponente di N, & a partire + per + vien +; si che + 2 N è la seconda figura, & entra con conditione, che prima se ne possa cauare il duplo della prima figura, che è 6 q via 2 N seconda figura, fa + 12 c, che cauato da 12 c resta 0: secondo si possa cauare il quadrato della seconda, la quale è 2 N, & il suo quadrato è 4 q, il quale cauato da 28 q resta 24 q, al qua-

al quale s'aggiunga ✢ 16 N ✢ 16.

Per trouare la terza figure si dupli la prima, la quale è 3 q ✢ 2 N, & il suo duplo è 6 q ✢ 4 N, e si veda quante volte entra in 24 q ✢ 16 N, che entrarà 4 per numero, perche il 6 in 24 entra 4 volte; e 4 N in 16 N entra qur 4 volte, & a cauare 2 esponente di q da 2 esponente di q resta 0, e cauato 1 esponente di N da 1 esponente di N parimente resta 0, & à partire ✢ per ✢ vien più, si che ✢ 4 è la terza figura, con conditione, che se ne possa cauare il duplo di 3 q ✢ 2 N prima figura, che è 6 q ✢ 4 N via 4 seconda figura, che fa 24 q ✢ 16 N, quali cauati da 24 q ✢ 16 N di sopra resta 0, secondo se ne possa cauare il q di 4 seconda figura, che è 16 da 16 di sopra, e resta 0; si che il lato del sopradetto quinquinomio è 3 q ✢ 2 N ✢ 4.

Trouiamolo per il nostro modo, che è il secondo. Cauisi la r q di 9 qq ✢ 12 c ✢ 48 q ✢ 16 N ✢ 16. La r q di 9 qq è 3 p duplata fà 6 q, per la quale partito 12 c, doue è il secondo punto | 3 q ✢ 2 N ✢ 4.
e viene per la seconda figura ✢ 2 N, e questo è perche è fatto il secondo num., ò seconda figura dal prodotto della prima via la seconda figura 2 volte. E per formare la terza figura si dupli 2 N seconda figura, che fa 4 N, e per questa si parta 16 N, doue è il Terzo punto, e questo si fa perche questo 16 N è fatto dalla moltiplicatione dal secondo via il terzo num. due volte, & ecco con più breuità cauata la r q del

 sopra-

sopradetto quinquinomio, e che sia la verità si moltiplichi in se stesso.

$$\begin{array}{r} 3q + 2N + 4 \\ 3q + 2N + 4 \\ \hline 12q + 8N + 16 \\ 6c + 4q + 8N \quad \\ 9qq + 6c + 12q \qquad\quad \\ \hline 9qq + 12c + 28q + 16N + 16. \end{array}$$

Et ecco, che ritorna l'istesso, e la r q è stata esattamente cauata, seguiremo con alcuni esempij con il segno −, e poi con numeri rationali, & inrationali, e con numeri solamente inrationali; ne farò solo l'operationi senza moltiplicare in darno le parole: però s'auuertano bene l'oprare de segni +, e −, & anco il maneggiare de numeri assoluti con i radicali, & i radicali con numeri radicali d'ogni sorte, perche la regola è generale, e bona.

Cauisi la r q di $9qq - 12c + 28q - 16N + 16$

$3q - 2N + 4.$

$\frac{3q}{2}$ $\quad 9qq - 12c + 4q$

0 0

$+ 6q$ in $| -12c | -2N$ $\qquad 24q - 16N + 16$

$+ 6q - 2N$ $\qquad 24q - 16N + 16$

via $-2N$ | via $-2N$ $\qquad$ 0 0 0

$-12c$ fa $+ 4q$

3q

9.

3 q — 2 *N*
via 2

6 q — 4 *N* e questo per il primo modo
via 4 Terza figura

24 q — 16 N cauato di sopra resta o.
4 Terza figura in se stessa.
via 4

fà 16, chec auato di sopra resta o.

Per il secondo modo.

3 q — 2 *N* ✠ 4:
9 qq — 12 c ✠ 28 q ✠ 16 *N* ✠ 16.

3 q
via 2 per trouar la seconda figura.

6 q in — 12 c entra — 2 N, & è la secōda fig.

— 2 *N* per trouar la terza figura.
via 2

fà — 4 N in — 16 N entra ✠ 4, & è la terza figura.

A partire — per — vien ✠, & moltiplicare — via — vien ✠, e questo basti, ne darò di tre figure alcuni esempi fatti da numeri rationali, & inrationali, e di numeri inrationali solamente, e poi passerò à nu-

meri di più figure, e doue bisognerà oprarò con ogni diligenza.

2 q ✠ r q 3 *N* — 2

Cauisi la r q di 4 qq ✠ r q 48 c — 5 q — r q 48 *N* ✠ 4 per il primo modo

4 qq ✠ r q 48 c ✠ 3 q

o o

La r q di 4 qq è 2 q; quale si segna sopra, & il quadrato si segni di sotto, e si caui, che sarà 4 qq, e resta o.

— 8 q — r q 48 N ✠ 4
— 8 q — r q 48 N ✠ 4

o. o o.

Per formar la seconda figura si dupla la prima cioè 2 q, e fa 4 q, e si vede quante volte entra in r q 48 c, perciò fare è necessario quadrare il 4 di 4 q senza toccare la dignità, che è 16, che in 48 quadrato di r q 48 entra 3, e r q 3 è la seconda figura, e cauãdosi 2 esponente di q partitore da 3 esponente di c, che và partito resta 1 esponente di *N*, & à partire ✠ per ✠ vien ✠, e ✠ r q 3 N sarà la seconda figura, che si segni pur sopra, con cõditione, che se ne possa cauare il ✠ 4 q duplo della prima figura via ✠ r q 3 N seconda figura, che quadrati fanno r q 4 8 c, che cauato di sopra resta o, e se ne possa cauare il q della seconda figura, che è ✠ 3 q, che cauato da — 5 q resta — 8 q: perche à cauare ✠ da — si somma, e resta —, e si tirino giù l'altre, e saranno — 8 q — r q 48 *N* ✠ 4.

Per formar la terza figura, si duplino le due prime

me, che seruono per vna, però il duplo di 2 q + r q 3 N, è 4 q + r q 12 N, che in − 8 q − r q 48 N entra − 2, perche à partire − per + vien −, & il 4 in 8 entra 2 per numero, che à cauare 2 esponente di q da 2 esponente di q resta o, & à partire r q 48 per r q 12 vien r q 4, che il suo lato è pur 2, si che la terza figura sarà − 2. Hora per questo si moltiplichi 4 q + r q 12 N, e viene − 8 q − r q 48 *N*, che cauato di sopra resta o, e poi se ne possa cauare il quadrato della terza, che è − 2, che − via − fa +, e 2 via 2 fà 4, che cauato da + 4 resta o. Si che la sopradetta radice è 2 q + r q 3 N − 2.

Più breuemente per il secondo modo.

2 q + r q 3 N − 2

Cauisi la r q di 4 qq + r q 48 c − 5 q − r q 48 N + 4.

La r q di 4 qq è 2 q, che il suo quadrato cauato dall'istesso resta o. Si dupli fa 4 q, che in r q 48 c entra + r q 3 N, tenute à mente la qualità de numeri, e + r q 3 N è la seconda figura.

Per formar la terza si dupli + r q 3 N, quadrandosi il 2 fà r q 12 N, che in − r q 48 N num. doue è il terzo punto viene − 2; perche à partire − per + vien −, & à partire r q 48 N per r q 12 N vien r q 4, che hauendo lato è 2, & à cauare 1 esponente di N da 1 esponente di N resta o, si che la terza figura è − 2, come per il primo modo, prouiamolo con la moltiplicatione in se stesso, come hauemo fatto negl'altri esempi.

2 q

2 q + r q 3 N − 2
2 q + r q 3 N − 2

− 4 q − r q 12 N + 4
r q 12 c + 3 q − r q 12 N
4 q q + r q 12 c − 4 q

4 q q + r q 48 c − 5 q − r q 48 N + 4.

Ecco che torna benissimo, e s'auuerta, che sono − 8 q, e + 3 q; che à sommarli si caua vno dell'altro, e resta quel segno, che hà maggior num. però à sommar − 8 q con + 3 q, si caua il + 3 da − 8, e resta − 5.

Di tre numeri inrationali.

r q 5 c − r q 3 q + r q 2 N.

Cauisi la r q di 5 c c − r q 60 q c + 3 q q − r q 40 q q − r q 24 c + 2 q.

La r q di 5 è r q 5. La metà di 6 esponente di c c è 3 esponente di c, però la sua r q sarà r q 5 c.

5 c c
―――
0

Il suo quadrato è 5 cc, che cauato da 5 cc resta o.

Per formar la seconda figura si dupli la prima, e farà r q 20 c. perche douendosi moltiplicare 2 via r q, il 2 si quadra. (del che per l'auuenire non ne tratterò più, pretendendo parlar con quelle persone, che tutto ciò sanno benissimo,) e fa 4, via r q 5 fa r q 20 c, & è +, il quale in − r q 60 q c entra r q 3 q: perche à cauare 3 esponente di Cubo da 5 esponen-

ponente di q c resta 2 esponente di q, e però la secōda figura sarà — r q 3 q, la quale moltiplicata via — r q 20 c, duplo della prima figura fà — r q 60 q c, che cauato da r q 60 q c di sopra resta o, e poi cauandosi il quadrato della seconda figura che è ✱ 3 q: perche a moltiplicare — r q 3 q via — r q 3 q fa ✱ 3 qq; che cauato da ✱ 3 qq resta o. *Si* tirino giù l'altre figure, che sono — r q 40 qq — r q 24 c ✱ 2 q.

Per formar la seconda figura, che viene à esser la terza, si dupli la prima, ò la prima, e seconda, che è r q 5 c — r q 3 q, & il suo duplo e r q 20 c — r q 12 q, che in r q 40 qq — r q 24 q entra ✱ r q 2 *N*, quale moltiplicata via r q 20 c — r q 12 q, fa — r q 40 qq — r q 24 c, quali cauati di sopra restano o, e poi si caui il q della seconda, che è — r q 2 N, che il suo quadrato è ✱ 2 q, che cauato da ✱ 2 q resta o, e s'è trouata la radice, che è r q 5 c — r q 3 q ✱ r q 2 N.

In questo luogo s'auuerta, che si trouano dua numeri, che hanno l'istessa dignità, questi dua numeri nel puntare si mettono, e tengono per vn solo.

Per il secondo modo.

Cauisi la r q di 5 cc — r q 60 q c ✱ 3 qq — r q 40 qq — r q 24 c ✱ 2 q.

La r q di 5 cc è r q 5 c.

Si dupli fa r q 20 c, quale in r q 60 q c, doue è il secondo punto a incominciare a mano manca, entra

tra − rq 3 q, & è la seconda figura.

Per trouar la terza figura si dupla − rq 3 q, e fà − rq 12 q, il quale in r q 24 c entra + rq 2 N per la terza figura, come prima, e si proui.

rq 5 c − rq 3 q + rq 2 N
rq 5 c − rq 3 q + rq 2 N

rq 10 qq − rq 6 c + 2 q
− rq 15 q c + 3 qq − rq 6 c
5 cc − rq 15 q c + rq 10 qq

5 cc − rq 60 q c + 3 qq + rq 40 qq − rq 24 c + 2 q, e torna bene, come prima. Si che l'vna, e l'altra regola è buona, e vera.

Vn altro esempio di tre figure di numeri inrationali.

Cauisi la r q di 12 cc − rq 288 qq + 12 c + 6 q − rq 20 N + 3.

12 cc
0

La r q di 12 cc è r q 12 c. il suo quadrato cauato da r q 12 cc resta 0.

Per formar la seconda figura si dupli r q 12 c fà r q 48 c, la quale in r q 288 qq entra − r q 6 N per la seconda figura, quale moltiplicata via + r q 48 c fa − r q 288 qq, che cauata da − r q 288 qq resta 0, poi si caui il quadrato di − r q 6 N, che è + 6 q, che cauato da + 6 q resta 0, si tirino giù + 12 c − r q 72 N + 3.

Per

Per formar la seconda figura, che è la terza si dupli r q 12 c — r q 6 q, e fa + r q 48 c — r q 24 N, che in + 12 c — r q 72 N entra + 3 num. perche a partire + 144 quadrato di 12 per 48 vien 3 quadrato, & il suo lato è r q 3, e + per + vien +, & à partire — r q 72 *N* per — r q 24 N, viene + r q 3, si che la terza figura è r q 3; quale moltiplicata via r q 48 c — r q 24 *N* duplo della prima figura fà 12 c — r q 72 N, quale cauato da + 12 c — r q 72 *N* resta o. finalmente si caui il quadrato di r q 3, che è 3 da 3 resta o. e la r q del sopradetto num. composto con dignità è r q 12 c — r q 6 N + r q 3.

Per il secondo modo.

Cauisi la r q di 12 cc — r q 288 qq + 12 c + 6 q — r q 72 *N* + 3.

La r q di 12 cc è r q 12 c, duplato fà r q 48 c, quale in — r q 288 qq, entra — r q 6 *N* per la seconda figura; — r q 6 N si dupli fa — r q 24 *N*, quale in — r q 72 *N*, doue è il terzo punto entra + r q 3, & è la terza figura, come prima.

Si proui

	r 12 c — r q 6 N + r q 3
	r 12 c — r q 6 N + r q 3
	6 c — r q 18 N + 3
— r q 72 qq + 6 q — r q 18 N	
12 cc — r q 72 qq + 6 c	
12 cc — r q 288 qq + 12 c + 6 q — r q 72 N + 3	

B tor-

E torna, come prima, e questo basti per gli esempi di trè figure.

S'auuerta in questa estrazzione, che vi sono dua numeri rationali vno c, e l'altro q, che per esser tutti gl'altri inrationali da moderni detti Asimetri, nel puntare passano per vn solo.

Di quattre figure.

6 qq + 5 c + 4 q + 3 N.

Cauisi la r q di 36 q cc + 60 qq c + 73 cc + 76 q c + 46 qq + 24 c + 9 q.

36 q cc + 60 qq c + 25 cc

0 0

+ 48 cc + 76 q c + 46 qq
+ 48 cc + 40 q c

0 36 q c + 46 qq
16 qq

36 q c + 30 qq + 24 c + 9 q
36 q c + 30 qq + 24 c + 9 q

0 0 0 0 0

La r q di 36 q cc è 6 qq il suo quad. cauato di sop. resta 0

Per formar la seconda figura si dupla questa prima, e fà 12 qq, che in 60 qq c entra 5 c, e + 5 c è la seconda figura, quale moltiplicata via 12 qq duplo della

della prima fà 60 qq c; che cauato di sopra resta o, e poi si quadri la seconda figura, che il suo quadrato sarà 25 cc, che cauato da 73 cc resta 48 cc, à questo si tirino giù l'altre dua fino al terzo punto, e sara 48 cc ✢ 76 q c ✢ 46 qq.

Per formar la seconda figura, che è la terza, si dupli la prima, che è 6 qq ✢ 5 c, e fà 12 qq ✢ 10 c, che in 48 cc ✢ 76 q c entra ✢ 4 q per la terza figura moltiplicata via il duplo della prima fà 48 cc ✢ 40 q c, che cauati di sopra resta 36 q c ✢ 46 qq, dal quale cauato il quadrato della terza, che è 16 qq, resta 36 q c ✢ 30 qq, à questo s'aggiungano l'altre, e saranno 36 q c ✢ 30 qq ✢ 24 c ✢ 9 q.

Per formar la seconda figura, che è la quarta si dupli la prima, che è 6 qq ✢ 5 c ✢ 4 q, & il duplato è 12 qq ✢ 10 c ✢ 8 q, che in 36 q c ✢ 30 qq ✢ 24 c, entra ✢ 3 *N*, quale moltiplicato via il duplo della prima fa 36 q c ✢ 30 qq ✢ 24 c, e cauato di sopra resta o, e poi cauato il quadrato della quarta che è 9 q da 9 q resta o, e la r q del sopradetto num. è 6 qq ✢ 5 c ✢ 4 q ✢ 3 N.

Per il secondo modo.

Si caui la r q di 36 q cc ✢ 60 qq c ✢ 73 cc ✢ 76 q c ✢ 46 cc ✢ 24 c ✢ 9 q.

La r q di 36 q cc è 6 qq, si dupli fà 12 qq, con il quale partito ✢ 60 qq c, doue è il secondo punto viene 5 c, per la seconda figura.

Per formare la terza figura ſi dupli 6 qq prima figura, è fa 12 qq, e ſi moltiplichi via il lato dell'vltimo num. doue non è punto, quale è 9 q, & il ſuo lato è 3 N, quale via 12 qq fa 36 q c, e ſi caui da 76 q c doue è il terzo punto, e reſta 40 q c, poi ſi dupli la ſeconda figura che è 5 c, e fà 10 c, per il quale partito queſto reſto 40 q c viene 4 q, e queſta è la terza figura, è ciò ſi fà perche queſto num. 76 q c è fatto dalla moltiplicatione del primo, via il lato dell'vltimo num. dua volte, e dalla moltiplicatione del ſecondo via queſto quarto dua volte. Finalmente queſto terzo num., ò terza figura ſi dupli fà 8 q, e per queſto ſi parta 24 c, e viene 3 N, per la quarta figura, e torna l'iſteſſa radice, che per la prima regola, ò primo modo, ſi proui con la moltiplicatione.

6 qq + 5 c + 4 q + 3 N
6 qq + 5 c + 4 q + 3 N

18 q c + 15 qq + 12 c + 9 q
24 cc + 20 q c + 16 qq + 12 c
30 qq c + 25 cc + 20 q c + 15 qq
36 q cc + 30 qq c + 24 cc + 18 q c

36 q cc + 60 qq c + 73 cc + 76 q c + 46 qq + 24 c + 9 q

e queſto baſti della r q, poiche ſe ſi poneſſero altri inesempi, con li ſegni del –, e numeri rationali, & inrationali, ò di num. tutti in inrationali, non ci saria differenza circa le regole; mà ſolo biſognaria auuertire di maneggiare bene il +, & il –, e li numeri radi-

radicali. Haueuo veramente pensato mettere numeri con r c, con r qq, e più oltre, e cauare le r q ; mà perche l'istesse regole seruono, tenendosi sol conto delle qualità de numeri, tralascio, e me ne vengo all'estrazzione de r Cube.

Solo voglio dire, che il q della prima figura, + il prodotto della prima figura via la seconda dua volte + il q della seconda sono vguali al prodotro dell'istesso num. composto moltiplicato in se stesso.

Modo di cauar la r c de numeri composti con dignità.

AVanti si venga all'estrazzioni di r c è necessario prima conoscere se tal numero è rationale, cioè se hà num., che moltiplicato in se stesso cubicamente faccia precisamente quel num. secondo di quanti numeri, ò figure è composto.

Se è numero rationale prima la somma de numeri (se è fatto tutto di numeri rationali) è num. cubo, cioè, che hà lato Cubo, & è il cubato de numeri, che fanno il lato da trouarsi, secondo à puntarlo à mano manca dua sì, e poi dua nò, e poi vno sì, e dua nò, bisogna, che nel fine restino dua numeri senza punti, ò incominciandosi à mano dritta verso mano manca vno sì, e dua nò casca l'vltimo punto nell'vltimo numero: terzo se ha dua numeri, ò figure è composto di quattro numeri.

Se di 3 figure hà 7 numeri, e così si vanno auuanzando sempre di 3 quant'è l'esponente della dignità, che è c.

Caui-

Cauisi la r c di 64 ccc + 240 q cc + 300 qq c + 125 cc.

Questa radire è rationale, perche ha tutti tre i requisiti, & è fatta di due figure: puntata, ò incominciandosi à mano dritta vna sì, e dua nò, ò incominciandosi à mano manca dua si, e dua nò, e restano dua numeri con dignità seza puntarli, e si può cauare in quattro modi, e s'auuertano, che io non sò, che da altri sijno stati insegnati, e così mi confermano i primi professori di queste scienze.

Il primo modo è cauaee la r c del primo, e dell'vltimo numero, però la r c di 64 cc primo num. doue è il primo punto è 4 c: perche la r c di 64 è 4, & vn terzo di 9 esponente di ccc è 3 esponente dic: che sara 4 c, e la r c di 125 cc vltimo num. doue il secondo punto è 5 q, & essendo + il lato sara 4 c + 5 q.

Il secnndo modo mentre è puntato il quadrinomio sopra detto cioè le dua prime à mano manca,

64 ccc + 290 q cc + 300 qq c + 115 cc

•   •

La r c di 64 ccc è 4 c, e per touar la seconda figura si quadra questa prima è 4 c via 4 c fa 16 cc, e questo quadrato si tripla, e fà 48 cc, per il quale si parte 240 q cc numero, doue è il secondo punto, e 48 partendo 240 vien 5, e cauãdosi 6 esponente di cc partitore da 8 esponente di q cc, che và partito resta 2 esponente di q, e per la seconda figura viene 5 q, & à partire + per + vien +, sarà dunque 4 c + 5 q il lato, come fù trouato per il primo modo.

Il terzo modo è questo, sappiasi, che 240 q cc è fatto

fatto del triplo del q della prima figura via la seconda semplice, però se per il triplo del q della prima figura, che è 48 cc si partirà 240 q cc verrà la seconda figura, che sara 5 q: & anco sappiasi, che 300 qq c è fatto del triplo del q della seconda figura via la prima semplice, però la r c di 125 cc è 5 q, chi volesse sapere per questa seconda, la prima si quadri 5 q è fà 25 qq, è triplato fà 75 qq, e per questo si parta 300 qq c verrà la prima figura, che sara 4 c, da che si caui, che sapendosi li dua primi numeri del quadrinomio, ò i dua vltimi si posson trouare le figure, & i numeri, che per breuita parlando con persone intendentissime tralascio.

Il quarto, & vltimo modo è cauare la r c, come dà numeri facendosi tutta l'operatione essendo li sopradetti modi trouati per abbreuiare,

64 ccc ✠ 240 qcc ✠ 300 qq c ✠ 125 cc | 45 ✠ 5 q.

64 ccc ✠ 240 q cc ✠ 300 qq c ✠ 125 cc

o o o o

La r c di 64 ccc è 4 c, quale si segna da parte, & il suo cubato è 64 ccc, che cauato di sopra resta o. Per formar la seconda figura si tripla il q della prima, che fa come fù detto di sopra 48 cc, che in 240 q cc, entra 5 q, & è la seconda, quale rimoltiplicata via 48 cc è 240 q cc, che cauato di sopra resta o, e moltiplicato il triplo del q della seconda figura via la prima semplice fa 300 qq c, che cauato di sopra resta o, finalmẽte si

te si caui il c di 5 q secōda figura, che è 125 cc da 125 cc resta o, & è fatta tutta l'operatione, si metteranno alcuni esempi di numeri rationali, & inrationali con il segno di — per più chiarezza.

Cauisi la r c di 8 ccc — r q 720 q cc ✠ 30 qq c — r q 125 cc.

Per il primo modo la r c di 8 ccc è 2 c, la r c di — r q 125 cc vltimo num. è r q 5 q, però il suo lato è 2 c — r q 5 q.

Per il secondo modo puntati li dua primi numeri à mano manca la r c di 8 ccc è 2 c, e questo quadrato fà 4 cc si tripli, e fà 12 cc, per il quale partito — r q 720 q cc num. doue è il secondo punto quadrato il 12 fa 144, che in 720 entra 5, e cauato 6 esponente di cc partitore da 8 esponente di q cc, che và partito resta 2 esponente di q, & à partire — per ✠ vien —, e però sarà — r q 5 q.

Per il terzo modo partendosi, come di sopra per il triplo del q della prima figura — r q 720 q cc vien — r q 5 q per la seconda figura, ò vero pigliandosi il triplo del q della seconda, che è — r q 5 q il suo quadrato è ✠ 5 qq, e triplato fà 15 qq, e per questo partiuo ✠ 30 qq c verrà ✠ 2 c per la prima figura.

Per il quarto modo si punti il quadrinomio vno sì e dua nò incominciandosi à mano dritta, & andando verso mano manca s'opri la regola come di sopra verrà l'istesso.

Modo

Cauisi la r c di 216 cc + 540 qc + 882 qq + 845 c + 588 q + 240 N + 64.

Questo num. settinomio essendo rationale, & segnato con i punti incominciandosi à mano manca, vno si, e dua nò, ò vero à mano dritta dua si, e dua nò, e poi vno si, e dua nò restino dua numeri senza punti, & hauendo tre punti la r c è di tre figure, e si può cauare in trè maniere.

Il primo, che è generale, come si caua da numeri senza dignita.

6 q + 5 N + 4

216cc + 540qc + 882qq + 845c + 488q + 240 N + 64

216cc + 540qc — 125c

0 0 — 882 qq + 720 c

450 qq

432 qq + 720 c + 588 q

432 qq + 720 c + 300 q

0 0 — 288q + 240N + 64

288q + 240N + 64

0 0 0

La r c di 216 è 6, & vn terzo di 6 esponente di cc è 2 esponente di q, si che la prima figura è 6 q, il cui cubato cauato di sopra resta o. Per formar la seconda

da figura si quadri questa è fà 36 qq, e si tripla, e fà 108 qq, e si vede quãte volte entra in 540 q c, che ci entra 5 N, e questa è la secõda figura, la quale moltiplicata via il triplo di q della prima fa 540 q c, quale cauato di sopra resta o: poi si caui il triplo de q di 5 N secõda figura, che fà 75 q, quale moltiplicata via la prima, che è 6 q fà 450 qq, che cauato da 882 qq resta 432 qq: di poi si caui il c di 5 *N* seconda figura, che è 125 c cauato da 845 c resta 720 c, à questo s'aggiunga 588 q, & haueremo 432 qq ✢ 720 c ✢ 588 q.

Per formare la seconda figura, che sarà la terza si quadri la prima, che è 6 q ✢ 5 *N*, e fa 36 qq ✢ 60 c ✢ 25 q, e si tripli, e fà 108 qq ✢ 180 c ✢ 75 q, e questo trinomio si vede quante volte entra in 432 qq ✢ 720 c ✢ 588 q, che entra 4 per num. che moltiplicato via 108 qq fà 432 qq, che cauato di sopra resta o e per quest'istesso 4 moltiplicato 180 c fà 720 c, che cauato di sopra resta o: e per l'istesso 4 moltiplicato 75 q fà 300 q, che cauato da 588 q resta 288 q, à questo s'aggiunga 240 N, e si caui il triplo del q della seconda figura, che è 4, e farà 48 via la prima, che è 6 q ✢ 5 N, e fa 288 q ✢ 240 *N*, che cauati di sopra resta o, e finalmente si caui da 64 vltimo num. il c di 4 seconda figura, che è 64, e resta o. si che il lato è 6 q ✢ 5 N ✢ 4, come se ne può fare la proua con il cubarlo, il che tralascio per breuità trattandosene prolissamente nel nostro Theatro Aritmetico.

Più breuemente si può cauare questo lato cauandosi prima la r c di 216 cc, che è 6 q, e per trouar la secon-

seconda figura si posson oprare due modi prima triplando il q della prima figura, che è 108 qq, che in 540 q c entra 5 q, secondo si caui la r c dell'vltimo num. che è 64, e la sua r c è 4, si tripli il suo quadrato, che fa 48, che in 240 N entra parimente 5 N per la seconda figura, che sarà pure il lato 6 q ✻ 5 N ✻ 4.

La terza figura si può trouare in vn altro modo cauato dalla moltiplicatione con il num. 588 q, doue casca il terzo punto incominciandosi à puntare à mano manca dua si, dua nò, & vno si. Si tripli 6 q prima figura, e fa 18 q, e questo si moltiplichi via 4 r c di 64 vltimo num. e fa 72 q: di poi si tripli il q della seconda figura, che fà 75 q, che sommato con 72 q fà 147 q, e per questo partito 588 q viene 4 per num. per la terza figura, la cui cagione si trouarà facilmẽte da chi considerarà bene il modo, che si tiene nel cubare detto lato.

Cauisi la r c di r q 125 cc ─ r q 675 q c ✻ r q 405

qq ✻ r q 450 qq ─ r q 27 c ─ r q 1080 c ✻ r q 162 q

✻ r q 180 q ─ r q 108 ✻ r q 8.

Benche la regola dell'estrattione sia l'istessa tanto de numeri rationali, quanto degli inrationali, e tanto con tutti segni ✻ quanto con i segni ✻, e ─ tenuto bene à mente il modo di maneggiare i numeri inrationali, & il ✻, & il ─ : hò voluto non dimeno dare questo esempio per mostrare, che ben che il num. cõposto sia di 10 nomi non dimeno è solo di 7,

 come

come deue essere hauendo la r c, 3 figure, poiche li dua con qq fanno per vn solo, così li dua c, e li dua q, e per mostrare anco, come si pigli la r c di numero inrationale, cioè quanto sia la r c di r q 125, che è r q 5, e la r c di r q 8 è r q 2, il che fin hora non sò, che altri habbi insegnato. Per cominciare la r c del sopradetto settinomio si può cauare in 3 modi, il primo è puntare vno sì, e dua nò, come si puntano i numeri incominciandosi à mano manca.

r q 5 c — r q 3 N + r q 2.

r q 125 cc — r q 675 q c + r q 405 qq + r q 450 qq

— r q 27 c — r q 1080 c + r q 162 q + r q 180 q +

r q 108 N + r q 8.

r q 125 cc — r q 675 q c + r q 405 qq — r q 27 c

0 0 0 0

r q 450 qq — r q 1080 c + r q 162 q
r q 450 qq — r q 1080 c + r q 162 q

0 0 0

+ r q 180 q — r q 108 N + r q 8
+ r q 180 q — r q 108 N + r q 8

0 0 0

La r c di r q 125 cc è r q 5 q, il cui cubato cauato di sopra resta 0; Per trouar la seconda figura si tripli il q

il q di questa, che fà 15 qq, per il quale si parta — r q 675 q c quadrandosi il 15 fa 225, che in 675 entra 3, e sara r q 3, e da 5 esponĕte di q ceauandosi 4 esponente di qq resta 1 esponente di N, e partendosi — per + vien —, si che la seconda figura sarà — r q 3 N: di poi si caui il triplo del q della prima figura via la secōda semplice + r q 5 q via + r q 5 q fa 5 qq triplato fa 15 qq via — r q 3 N seconda figura quadrato il 15 fà + r q 675 q c, che cauato disopra resta o: poi si caui il triplo della q di — r q 3 N seconda figura il quadrato di — r q 3 N è 3 q triplato fà 9 q via r q 5 q prima figura quadrato il 9, che è 81 fà r q 405 qq, che cauato di sopra resta o, e poi si caui il c della seconda figura, che è — r q 27 c, che cauato di sopra resta o.

Per formar la seconda figura, che è la terza, la prima è r q 5 q — r q 3 N si quadri questa, e fa 5 qq — r q 60 c + 3 q, e si tripli, e fa 15 qq — r q 540 c + 9 q, e si veda quāte volte entra in + r q 450 qq — r q 1080 c + r q 162 q, che sono restati, & entra + r q 2, perche il quadrato di 15, che è 225 entrà 2, & à partire + per + vien +, & a cauare 4 da 4 esponente di qq resta o, & à partire — r q 1080 parimente vien + r q 2, perche à partire — per — vien +. Si che moltiplicato 15 qq per r q 2 fà + r q 450 qq, che cauato di sopra resta o, & à moltiplicare — r q 540 c via + r q 2 fà — r q 1080 c, che cauato di sopra resta o, e moltiplicato 9 q via r q 2 fà + r q 162 q; che cauato di sopra resta o: rimangono + r q 180 q — r q 108 N + r q 8.

Si ca-

Si caui il triplo del quadro della seconda figura, che è la terza cioè + r q 2, il q è 2, triplato fa 6, moltiplicato via r q 5 q — r q 3 *N*, 6 via r q 5 q, fa r q 180 q, che cauato di sopra resta o, e moltiplicato 6 via — r q 3 *N* fa — r q 108 *N* quadrandosi sempre il 6, che fa 36 mentre s'hà da moltiplicare via r q, e cauato — r q 108 *N* da — r q 108 N resta o. Finalmente si deue cauare il c di r q 2 seconda figura, che è + r q 8, che cauato da + r q 8 resta o, & è finita l'operatione, & il lato è r q 5 q — r q 3 N + r q 2.

*S*i può cauare più breuemente per due altre strade. Primo pigliandosi il lato c del primo num., che è r q 125 cc, che il suo lato c è r q 5 q, & anco pigliandosi il lato c di + r q 8 che è + r q 2. Per trouar la seconda figura si tripli il q di r q 5 q, che è 15 q, e per questo si parta — r q 675 q c secondo num., e viene — r q 3 N per la seconda figura, la quale si può anco trouare con tripolare il quado di + r q 2 terza figura, e fà 6, e per questo si parta — r q 108 N num. a se vicino, e penultimo de numeri, da quali, si deue cauar la r c, e viene parimente — r q 3 *N*. Il terzo modo è cauare la r c del primo num., cioè di r q 125 cc, che è r q 5 q, e per il triplo del q di questo partire — r q 675 q c, che segue, e vera — r q 3 N per la seconda figura. Per trouar la terza s'osserui l'istessa regola data di sopra, che è triplare r q 5 q prima figura, che sarà r q 45 q bisognando quadrare il 3, che fa 9, e questo prodotto si moltiplichi via r q 2 lato c di r q 8 vltimo num. e fà r q 90 q. Doppo si quadri — r q 3 *N*

secon-

seconda figura, e fà 3 q, la quale triplata fà + 9 q, perche — via — fà +, e questo si sommi con r q 90 q, e farà r q 90 q ✠ 9 q, e questo binomio è partitore di r q 180 q ✠ r q 162 q, num. doue stà il terzo punto a incominciare a mano manca dua sì, e dua nò. Douendosi partire vn binomio per vn altro, si deue il partitore, che è r q 90 ✠ 9 lasciate le dignita

per r q 90 — 9 residuo moltiplicare

— r q 7390 — 81
90 ✠ r q 7290

9 prodotto, e partitore.

moltiplichisi

r q 180 ✠ r q 162
per r q 90 — 9 l'istesso residuo

— r q 14580 — r q 13122.
r q 16200 ✠ r q 14580

r q 162 prodotto, e num. che va partito, quale partito per 9 partitore, cioè per 81 quadrato di 9 viene r q 2 per il quotiente, ò parabola, e per la terza figura. Hò voluto metter questa operatione per mostrare, che è necessario tener bene a mente l'algoritmo de numeri inrationali semplici, e composti, e questo basti circa l'estratione di r c. Ricordando, che il c della prima figura ✠ il triplo del q della prima figura via la seconda ✠ il triplo del q della seconda figura

via

via la prima, + il c della seconda figura è vguale al cubato di detto numero.

Modo di cauare la r qq.

Questa r si può cauare cauandosi la r q dua volte, ouero come si caua la r qq de numeri però prima si veda se è rationale, e di quanti numeri, ò figure sia tal composto, che si conoscera esser rationale prima da i punti incominciandosi a mano dritta vno sì, tre nò, che nel num. vltimo verso mano manca ci sia l'vltimo punto, ouero incominciandosi a mano mãca segnando dua punti continui, e lasciandone 3, e poi vno sì, 3 nò, e che doppo l'vltimo punto restino 3 numeri non puntati, e tanti punti hara di tante figure sara tal composto. Secondo si conoscera se è rationale, che se saranno tutti numeri rationali somma ti assieme faranno vn num. che hara la r qq. Terzo se hara due figure bisogna, che sia quinquinomio, se n'hara 3 sia noninomio, e così auuanzãdosi 4 quant'è l'esponente di qq.

Conosciuto il num. composto esser rationale, e di due figure per trouar il lato, come per esempio di 16 qq ✠ 160 c ✠ 600 q ✠ 1000 N ✠ 625.

Il primo modo è cauare la r qq da 16 qq: la r qq di 16 è 2, e si pigli vn quarto di 4 esponente di qq, che è 1 esponẽte di *N*, e però la prima figura sara 2 *N*. Per trouar la seconda si quadrupli il c della prima, che è 32 c, che in + 160 c entra 5, & è +; si che il lato qq è 2 N + 5. Si può

Si può anco trouare questa seconda con pigliare il lato qq di 625 vltimo num. che è 5.

Si può anco con l'vltimo num. trouare il primo in questa maniera il lato di 625 è 5, quale si cubi è fà 125 quadruplato fa 500, per il quale partendosi -+ 1000 N viene -+ 2 N per la prima figura auuertendosi, che quando questo penultimo hà il segno di — l'vltima figura è sempre —.

Il terzo modo è cauar la r qq di questo composto, come si caua da num. puntando il primo num. à mano dritta, e lasciandone 3 non puntati, e poi segnato l'altro così.

2 N -+ 5

16 qq -+ 160 c -+ 600 q -+ 1000 N -+ 625

16 qq -+ 160 c -+ 600 q -+ 100 N -+ 625

o o o o

Il lato di 16 qq è 2 N, come s'è detto di sopra. Per trouar la seconda figura si cubi questo 2 N, e fà 8 c, si quadrupli, e fa 32 c, è si vede quante volte entra in 160 c, che entra 5, che à cauare 3 esponente di c partitore da 3 esponente di c, che và partito resta o, e partendosi -+ per -+ vien -+; si che -+ 5 è la seconda figura, la quale moltiplicata via 32 c quadruplo del c della prima figura fa 160 c, che cauato da 160 c di sopra resta o, poi si sessupli il q della prima figura, che farà 24 q, e questo si moltiplichi via 25, q di 5 seconda figura, e fa 600 q, che cauato da quel di sopra

resta o, di poi si caui il prodotto del quadruplo del c della seconda figura, che è 500. via 2 *N* prima figura, che è 1000 N, che che cauato di sopra resta o, e finalmente si caui il qq di 5 seconda figura, che è 625 e resta o. E con queste regole si potranno cauare le r qq da qualsiuoglia num rationale, & inrationale con li segni -+, e —.

Sappiasi, che il qq della prima figura -+ il quadruplo del c della prima figura via la seconda semplice -+, il sesuplo del q della prima figura via il q della seconda, -+ il quadruplo del c della seconda figura via la prima semplice, ✱ il qq della seconda figura è vguale al qq di detti numeri, ò dette figure.

Modo di cauare la r q c de num. composti con dignità

Cauisi la r q c di 32 q c ✱ 240 qq -+ 720 c -+ 1080 q ✱ 810 N -+ 243.

Pima si caui la r q c di 32 q c & è 2 N, perche la r q c di 32 è 2, & vn quinto di 5 esponente di q c è 1 esponente di N. Per trouar la seconda figura si riduca à qq 2 N prima figura, e sarà 16 qq si quintupli, e fà 80 qq, e si vede quante volte entra in 240 qq, che enta 3 per num. & à partire -+ per -+ vien -+: si che il lato sarà 2 N -+ 3.

Secondo si può cauare la r q c del primo, & vltimo num. che la r q c di 32 q c è 2 N, e la r q c di 243

vlti-

vltimo numero è 3, che torna l'istesso.

Si può dalla seconda figura incominciare, e trouar la prima in questo modo la r q c di 243 è 3 questo ridotto à qq fà 81 quintuplato fà 405, per il quale partito 810 N, che gli precede, e viene 2 N per la prima figura.

Quarto si troua questo lato per il modo, come si cauano le r q c da numeri. Cauisi la

r q c di 32 q c ✱ 240 qq ✱ 720 c ✱ 1080 q ✱ ✱ 810

N ✱ 243.

Si punti il primo num. à mano dritta, e si lascino 4 numeri vacanti, che sarà l'altro sotto il 32 q c, si caui la r q c di 32 q c, che è 2 N questa ridotta à qq, e quintuplata fà 80 qq, che in 240 qq entra ✱ 3 con conditione che se ne possa cauare il quintuplo di qq della prima figura, che è 80 qq via 3 seconda figura, che fa 240 qq, che cauato di sopra resta o. Secondo si possa cauare il decuplo del c di 2 N prima figura, che fa 80 c via 9, q di 3 seconda figura, e fa 720 c, che cauato di sopra resta o.

Terzo se ne possa cauare il decuplo del q di 2 N prima figura, che è 40 q via 27, c di 3 seconda figura, e fa 1080 q, che cauato di sopra resta o.

Quarto se ne possa cauare il quintuplo di 2 N prima figura, che fa 10 N via 81, qq di 3 seconda figura, e fa 810 N, che cauato di sopra resta o.

Quinto, & vltimo si possa cauare il q c di 3 secon-

da figura, che è 243, che cauato di sopra restao, & ec-
cò tornato a *N* ✱ 3 per lato del sopradetto num.

I numeri rationali cioè, che hanno lato q c, che hanno due figure non possono essere ne più, ne meno de *6* numeri, di *3* figure, di 11 numeri, e così crescendo 5 esponente di q c.

Bisogna secondo, che la somma de numeri sia q c, come in questo nostro, che è 3125, il cui lato q c è 5.

Terzo, che a puntare, & incomincia a mano dritta, & andar verso mano manca vno sì, e quatro nò bisogna, che l'vltimo punto caschi nel vltimo num. ouero incominciandosi à puntare à mano manca, e puntandone dua continui, e lasciandone 4, e poi vno sì, e quattro nò è necessario per esser rationale con l'altre conditioni, che doppo l'vltimo num. verso mano dritta restino 4 numeri non seguenti.

*S*appiasi, che il q c della prima figura ✱ il quintuplo di qq della prima figura via la seconda. ✱ il decuplo del c della prima figura via il q della seconda, ✱ il decuplo del q della prima figura via il c della seconda, ✱ il quintuplo della prima figura via il qq della seconda, ✱ il q c della seconda figura è vguale al q c di dette due figure, ò numeri.

Modo di cauare la r cc.

Cauisi la r cc di *64* cccc ✱ *576* q ccc ✱ *260* qq cc ✱ 4320 ccc ✱ 4860 q cc ✱ *2916* qq c ✱ *729* cc.

Ha-

Hauendo questo settinomio dua punti è composto di 2 figure, è rationale, perche è di 7 numeri di quant' vuol essere vn composto di dua figure, come se n'hauesse 3 saria di 13, e così cresendo 6 quant'è l'esponente di ce. Secondo è rationale; perche à puntare li dua primi numeri à mano manca restano 5 numeri senza punto, e puntandosi simil sorte de radici vna si, e 5 nò, incominciandosi à mano dritta l'vltimo punto casca sopra l'vltimo num. Terzo è rationale perche sõmati tutti i numeri fanno 15625, il cui lato cc è 5 quant'è la somma de numeri del lato, e questo s'auuerta in questo loco, che la somma de numeri tanto rationali, quanto inrationali, quanto di questi composto è il quadrato de i numeri del lato nelle r q, & il cubato nelle r c, e così dell'altre. E questo basti circa l'estrattioni de numeri cõposti. Hò tralasciato il mettere in queste vltime radici gl'esempi di 3, 4, e più figure, prima perche il libro non è capace, secondo perche ogn'vno da per se stesso lo potrà fare, pur che habbia ben inteso quello, che di sopra s'è detto.

La r dunque del sopradetto num. composto, prima si potrà cauare la r cc del primo, & dell'vltimo num. la r cc di 64 cccc sarà 2 q, perche la r cc di 64 è 2, & vn sesto di 12 esponente di cccc è 2 esponente di q, e la r cc di 729 cc vltimo num. è 3 N: perche la r cc di 729 è 3, & vn sesto di cc, che hà per esponente 6 è 1 esponẽte di *N*, si che la r cc sarà 2 q-+3 N.

Secõdo puntati 64 cccc-+576 q ccc dua primi numeri

meri à mano manca restando gl'altri senza punto si cauarà la r cc di 64 cccc, & è 2 q, per trouar la seconda figura si riduca 2 q à primo relato, che è 32 qq cc, e questo si moltiplichi per 6, e fa 192 qq cc, per il quale partito ✠ 576 q ccc viene + 3 *N* per la secon, da figura: e cauata la r c di 729 cc vltimo num. che è 3 N, e si volesse per questa trouar la prima ridotti 3 *N* à q c, che 243 q c sessuplato fa 1458 con questo si parta 2916 penultimo num. e viene 2 q per la prima figura.

Terzo si caua come da numeri puntandosi il primo à mano dritta lasciandone 5 vacui, e l'altro punto sopra l'vltimo.

Prima si caua la r cc di 64 cccc, che è, come s'è detto 2 q, e questo ridotto à primo relato, e sessuplato fa 192 qq cc, e si vede quante volte entra in 576 q c cc, che entra 2 *N* con conditione (cauato prima il cc di 2 q, che è 64 cccc da quello di sopra, e resta o) se ne possa cauare il sessuplo del q c della prima figura, che 192 qq cc via la seconda semplice, che fa 576 q ccc, che cauato di sopra resta o.

Secondo si possa cauare il qq della prima figura, che è 16 q cc quindecuplata, che fa 240 q cc via 9 q q della seconda figura, e fà 2160 qq cc: che cauato di sopra restà o.

Terzo si possa cauare il c di 2 q prima figura, che è 8 cc vintuplato fà 160 cc via 27 c: c di 3 N seconda figura, e fà 4320 ccc, che cauato di sopra resta o.

Quarto si possa cauare il q di 2 q prima figura, che

è 4 q

è 4 qq quindecuplato, e fà 60 qq via 81 qq: qq di 3 N seconda figura, e fa 4860 q cc, che cauato di sopra resta o.

Quinto si possa cauare il sessuplo della prima figura, che è 12 q via 243 q c: q c di 3 N seconda, e fà 2916 qq c, che cauato di sopra resta o.

Sesto, & vltimo si possa cauare il cc di 3 N seconda figura, che è 729 cc, che cauato di sopra resta o, e così ricordeuole del modo di cauare le radici più auāti si potranno anco da simil sorte de numeri cauare, che tralascio, acciò il lettore possa da se stesso esercitarsi. Soggiungo per vltimo, che il cc del primo num. -+ il q c sessuplato del primo via il secondo -+ il qq quindecuplato del primo via il q del secondo -+ il c vintuplato del primo via il c del secondo -+ il q quindecuplato del primo via il qq del secondo -+ il primo sessuplato via il q c del secondo -+ il cc del secondo sommati assieme sono tanto quant'è il cubo c d'ambe dua i numeri.

Modo di cauare le r d'ogni sorte da numer composti con dignità rationali, & inrationali.

TRouato vn num. cōposto, che sia inrationale se si vol cauare la r q s'includano detti numeri dētro dua parentesi, e fuori ci si segni il carattere radicale di r q: se si volesse cauar la r c s'includeriano i numeri dentro le parentesi, e di fuora si metta il carattere radicale r c, e così dell'altre.

La

La r q di 12 c + 10 q + 3 *N* è r q(12 c + 10 q + 3 N)
La r c di 20 q + 12 N + 6 è r c (20 q + 12 *N* + 6) &c.

Algoritmo di radici vniuersali, ò ligate di numeri composti con dignità.

DI questa sorte de numeri l'Algoritmo non sò, che altr'Autore fino à questi nostri tempi ne habbi trattato, però penso con ogni chiarezza farne mentione, e con quella maggior breuità, che sia possibile.

Il sommare di simil sorte de numeri si può fare in due modi, prima hauendo porportione fra loro i rumeri, come num. quadrato à num. quadrato se sono r q: ò come num. c à num. c, se sono r c, ò come num. qq à qq se sono r qq, e così più auanti le r q si sommano come r q; le c, come r c, le qq, come r qq, &c. e gli si segnano l'istesse dignità, che hanno: se non hanno proportione alcuna si sommano con il segno di +.

Sommisi r q (7 q + 5 *N*) con r q (3 q + 2 *N*) la somma sarà, non hauendo proportione r q (7 q + 5 *N*) + r q (3 q + 2 *N*) e così se fosse r c, ò r qq, ò r q c, &c. che essendo cosa facile à intendersi non mi stenderò più oltre.

Ma se fossero communicanti, s'osserui la regola di sommare r q, r c, &c.

Sommisi r q (12 q + 8 N) con r q (3 q + 2 N) Perche il 3 in 12 entra 4, che è num. quadrato, & hanno l'istessa dignità, che è q si sommano, e fanno

27 q,

27 q, & 2 N in 8 N entra pur 4, che è num. quadrato sommati assieme fanno 18 N, che vniti, & inclusi nell'istesse parentesi sarà tal somma r q(27 q + 18 N) Dissi da principio, che era necessario tener bene à mente l'Algoritmo de numeri inrationali semplici, e composti: Mà perche qualch'vno, che legge non tiene bene à mente simil modo, e non sia necessitato andare à riuederlo in altri libri glie lo dirò io per questa volta breuemẽte: e benche la r q si possa fare in 3 modi, e forsi più, metterò solo vn modo, che è commune à tutte sorti de radici, che è trouare vn commun partitore, però hauendosi à sommare 12 q con 3 q, il commun partire sarà 3, il quale in 3 entra 1, & in 12 entra 4, la r q di 1 è 1, e la r q di 4 è 2, sommate queste radici fan 3 questo si quadri, e fà 9, quale moltiplicato via 3 commun partitore fà 27, à questo aggiontoli la dignità, che hanno, che è q, la somma loro sarà 27 q. Per sommare N il commun partitore è 2, il quale in 2 entra 1, & in 8 entra 4, la r q di 1 è 1, & la r q di 4 è 2, che sommati assieme fan 3, di questo il quadrato è 9, che moltiplicato via 2 commun partitore fà 18 per la somma di 2 N è di 8 N, e questi s'intendono inclusi dentro l'istesse parentesi con il carattere radicale di r q di fuori per contrasegno, che d'ambidua questi numeri con dignità se ne deue pigliare la r q, & è r q (27 q ✱ 18 *N*)

Mà perche si trouano frà gl'huomini spirti tanto delicati, à quali non gusta se non quel balsamo, che scaturisce dal loro stimato ceruello voglio (auanti

che venga ad altri essempi) mostrare la verità di questa somma. Presupposto, che il valore di N sia 2, il q sarà 4, si che 12 q sarà 48, e 8 N sarà 16, che sommato con 48 fà 64, & essendo inclusi nelle parentesi con carattere di r q, si caui di 64 la r q, sara 8: 3 q sara 12, e 2 N sarà 4, che sommati assieme fan 16, la cui r q è 4, che sommata con 8 di sopra fa 12, resta vedere, che r q (27 q -+ 18 N) sia 12 Valendo come s'è detto 1 N 2, 27 q sarà 108, e 18 N sarà 36, che sommati assieme fanno 144, la cui r q è 12 quanto doueua essere. Da questo auanti farò l'operationi con poche parole, e senza proua.

Sommisi r q (216 c -+ 63 N) con r q (24 c -+ 28 N) con r q (54 c -+ r q 175 N)

Per sommare queste r q vedasi qual sia il commun partitore de i numeri, che hanno la dignità c, e la dignità N, della c sarà il 6, il quale in 216 entra 36, in 24 entra 4, in 54 entra 9. Hora di ciascheduno si pigli la r q, che di 36 è 6, di 4 è 2, e di 9 è 3, che sommati assieme fanno 11, il cui quadrato è 121, quale moltiplicato per 6 commun partitore fà per la somma di tutti tre 726 c, de numeri con il N, il commun partitore sarà 7, il quale in 63 entra 9, in 28 entra 4, in 175 entra 25, la r q di 9 è 3, di 4 è 2, di 25 è 5, sommati insieme fanno 10, il cui quadrado è 100, quale moltiplicato per 7 commun partitore fa 700 N per la somma, che gionta con l'altra di sopra, e rimessi nell'istesse parentesi fa r q (726 c -+ 700 N) , e questa è la somma delle 3 sopradette radici vniuersali,

Il me-

Il medeſimo ſi fà ſe foſſero numeri inrationali, nè porrò alcuni eſempi ſenz'altra diceria parendomi à baſtanza hauer moſtrato il modo.

Sommiſi r q (72 q ✢ 150 N) Con r q (512 q — 150 N) partitor de numeri, che han la q è 8, che in 72 entra 9, e in 512 entra 64, la r q di 9 è 3, di 64 è 8, che ſommati fan 11; il quadrato 121 moltiplicato per 8 commun partitore fa 968 q: e perche nel ſommare ✢, e — ſi caua à ſommare ✢ 150 N Con — 150 N la ſomma è 0; ſi che ſi deue pigliare la r q di 968 q, che è r q 968 N.

Sommiſi r q (r q 20 q ✢ r q 12 N) Con r q (r q 5 q ✢ r q 12 N) ſommano r q (r q 45 q ✢ r q 48 N).

Sommiſi — r q $\left(1600 - 320\,N \text{ ✢ } 16\,q - \frac{64\,c}{10 \text{ ✢ } 2\,N}\right)$ Con ✢ r q $\left(25 - 5\,N \text{ ✢ } \frac{1}{4} - \frac{1\,c}{10 \text{ ✢ } 2\,N}\right)$ fatte le ſue operationi diligentemente eſſendo la maggiore —, e la minore ✢, che ſi cauano nel ſommare viene per la sõma — r q $\left(1225 - 245\,N \text{ ✢ } 12\,\frac{1}{4}\,q - \frac{49\,c}{10 \text{ ✢ } 2\,N}\right)$

Sommiſi — r q $\left(4\,q - \frac{16\,c}{10 \text{ ✢ } 2\,N}\right)$ Con ✢ r q $\left(2\,\frac{1}{4}\,q - \frac{9\,c}{10 \text{ ✢ } 2\,N}\right)$

Sommano − r q ($\frac{1}{4}$ q − $\frac{1\ c}{10 \ast 2\ N}$)

Sommisi − r q (1225 − 245 *N* ✱ 12 $\frac{1}{4}$ q − $\frac{49\ c}{01 - 2\ N}$) Con − r q ($\frac{1}{4}$ q − $\frac{1\ c}{10 \ast 2\ N}$)

Sōmano − r q (1225 − 245 *N* ✱ 16 q − $\frac{64\ c}{10 \ast 2\ N}$)

Auuertendosi, che quelli numeri, che si possono sommare frà loro si sommano, e gl'altri si lasciano stare come stanno. Hò voluto aggiunger questi esempi per facilitare quest'operatione, e nō hò messo tutte l'operationi con trouare i communi partitori, acciò il lettore s'eserciti con le regole date di sopra, che trouando la verità harà più gusto, e riceuerà più vtile, e questo basti del sommare di r q darò alcuni esempi di r c, e di r qq, che con queste poi si potran trouar l'altre più oltre in infinito, e non accrescerò quest'operetta senza bisogno.

*S*ommisi r c (56 q ✱ 162 *N*) Con r c (448 c ✱ 384 *N*) il comun partitore de numeri, che hanno il c è 7, però 7 in 56 entra 8, & in 448 entra 64, la r c di 8 è 2, e la r c di 64 è 4, sommati assieme fan 6, questo si cuba, e fà 216, quale moltiplicato per 7 commun partitore fà 1512 q per la somma di detti 2 numeri, & il partitore de numeri ch'han il N è 6, che in 162

entra

entra 27, & in 384 entra 64, la r c de 27 è 3, e di 64 è 4, che sommati fan 7, il cubato è 343, moltiplicato per 6 commun partitore fà 2058 N. Si che la somma delle 2 radici è r c (1512 q + 2058 *N*)

*S*i potriano dare altri esempi con il segno del —, con numeri inrationali: mà non facendo difficultà alcuna tenuto bene à mente il modo di maneggiare quei segni, e quei caratteri radicali, tralascio, e me ne passo più oltre.

Sommisi r qq (48 c + 64 N) Con r qq (243 c + 324 N) il commun partitore de numeri, che hanno il c è 3, che in 48 entra 16, & in 243 entra 81 la r qq di 16 è 2, e di 81 è 3, che sommati insieme fan 5, il cui qq è 625, quale moltiplicato per 3 fà 1875 c per la somma. Il commun partitore de numeri, che hanno il N è 4, che in 64 entra 16, & in 324 entra 81, la r qq di 16 è 2, e di 81 è 3, sommati fan 5 il qq è 625 moltiplicato per 4 commun partitore fa 2500 N, si che la somma sarà r qq (1875 c + 2500 *N*)

Potrei dare altri esempi, mà per breuità tralascio, l'altre radici si sommino secondo la lor natura. Parmi sentir, chi dica, che hauendo insegnato di cauare la r d'vn num. solo con dignità, & alle volte è venuto vna r vniuersale, doueuo in questo loco insegnar di sommare simil sorte de radici, veramente chi intende queste composte, intenderà anco quelle; mà per eccitare, chi più oltre volesse, ò potesse instar contra, metterò 4 esempi anco di queste, e mettendole in questo loco doppo le composte, ne gl'al-

tri atti

tri atti le metterò per prime. Però auanti s'incominci à sommare si consideri se le radici da sommarsi siano frà loro communicanti, ò nò; non communicanti sono frà loro, ò quando non hanno l'istessa dignità, come se vna hauesse c, e l'altro q, ò vna q, e l'altra N, &c. ouero quando i numeri nelle r q non fossero, come num. quadrato a num. quadrato, e nelle r c, come num. c à num. c, &c. & in questi casi si sommano con il segno del ✢.

Sommisi r q (7 q c) Con 5 *N* sommano 5 *N* ✢ r q (7 q c). Sommisi r q (12 c) Con r q (2 *N*) Sommano r q (12 c ✢ 2 N). Somminsi r q (18 c) Con r q (9 c) Sommano r c (18 c ✢ 9 c) e così dell'altre sorte de radici.

Mà quando sono communicanti quelle, che hanno l'istessa dignità si sommano fa loro nelle r q come si sommano le r q, nelle c come le r c, &c.

Sommisi r q (12 *N*) Con r q (3 N) Sommano r q (27 N) Sommisi ✢ r q (45 c) con — r q (5 c) Sommano ✢ r q (20 c), perche ✢, e — nel sommare si caua, e resta quel segno, che hà maggior num.

Sommisi r c (20 q) Con r c (15 N) Sommano r c (20 q ✢ 15 *N*) Sommisi r c (18 qq) con r c (7 qq) Sommano r c (18 qq ✢ 7 qq) Queste sono radice nō cōmunicanti, la prima per la diuersità delle dignità, e l'altra per rispetto de num. che nō sono communicāti.

Sommisi r c (81 q) Con r c (24 q) Sommano, perche sono cōmunicanti, & il commun partitore è 3, che in 81 entra 27, & in 24 entra 8, la r c di 27 è 3, e di 8

e di 8 è 2, che sommati fan 5, il cui cubato è 125, il quale moltiplicato per 3 commun partitore fa 375, e r c (375 q) è la somma delle sopradette dua r c. Sommisi r c (20 N) Con – r c (20 N) la somma è o. Sommisi ✠ r c (500 N) Con – r c (256 N) Sommano + r c (4 N) perche ✠, e – si caua, e resta +, che ha maggior num. il commun partitore è 4, e in 500 entra 125, & in 256 entra 64, la r c di 125 è 5, e di 64 è 4, che cauato da 5 il 4 resta 1 cubato è 1, e moltiplicato via 4 commun partitore fa 4, e la somma è come di sopra r c (4 N) e così dell'altre sorte di radici.

Sottrare.

IL sottrare è il contrario del sommare, però quello s'è detto del sommare può seruire per il sottrare tenuto bene a mente il modo di sottrare +, e –, & il modo di maneggiare le radici, quadre, cube, &c. ma perche il lettore, che a pieno non hauerà inteso quanto di sopra s'è detto, metterò alcuni esempi senza moltiplicare parole: però s'auuertano tutti gl'esempi, con i quali si renderà manifestissimo quest'atto del sottrare, e metterò prima le radici vniuersali semplici, e composte non communicanti, e poi le communicanti.

Da r q (8 c) Cauisi r q (2 N) Resta r q (8 c – 2N)
Da r q (12 c) Cauisi r q (5 c) Resta r q (12 c – 5 c)
Queste non sono communicanti, però si sono cauate con il segno del –.

Da

Da r q (27 c) Cauísi r q (12 c) Resta r q (3 c)
Il commun partitore è 3, che in 27 entra 9, & in 12 entra 4, la r q di 9 è 3, e di 4 è 2, che da 3 cauato 2 resta 1, il cui quadrato è 1, moltiplicato via 3 coummun partitore fa 3, e r q (3 c) è il resto, il quale se si sommara con r q (12 c) tornara r q (27 c) è così si procede nelle r c, r qq, &c. maneggiandole secondo la lor natura.

Da r q (20 c -+ 12 N) Cauisi r q (20 q c -+ 6 N) Resta r q (20 c -+ 12 N) — r q (12 q c -+ 6 N) si caua con il segno del — per non esser communicati.

Da r q (384 c -+ 72 N) Cauisi r q (150 c -+ 200 N) Resta r q (54 c — r q 32 N) Il commun partitore de numeri, che han c, e 6, che in 384 entra 64, & in 150 entra 25; la r q di 64 è 8, e di 25 è 5, da 8 cauato 5 resta 3, il cui quadrato è 9, quale moltiplicato via 6 commun partitore fa 54 c de numeri, che han N è 8, il quale in 72 entra 9, & in 200 entra 25, la r q di 9 è 3, di 25 è 5, dal quale cauato 3 resta 2, il cui quadrato è 4, moltiplicato via 8 fa 32, e — 32 N è il resto, è — perche a cauar -+ da -+ resta -+ se quel di sopra è maggiore, se nò resta —, come nel presente.

Da r c (1512 q — 320 N) Cauisi r c (875 q — 40 N) Resta r q (7 q — 40 N) perche il partitore de numeri, che han q è 7, il quale in 1512 entra 216, & in 875 entra 125, la r c di 216 è 6, e di 125 è 5, quale cauato da 6 resta 1, il suo cubato e 1, e moltiplicato via 7 commun partitore fa 7 q per il resto; & il commun partitore de numeri, che han N è 5, che in 320

entra

entra 64, & in 40 entra 8, la r c di 64 è 4, e di 8 è 2, il quale cauato da 4 resta 2, il suo cubato è 8, moltiplicato via 5 commun partitore fa 40 N per il resto, & è —, perche a cauare — da — resta —, quando quel di sopra è maggiore, come nel caso nostro: e così dell'altre radici, lasciando di metter altri esempi; perche seruiriano solo per augumentare il libro senza bisogno. Queste operationi s'intendono sempre dentro l'istesse parentesi, ò pur si sciolgano, e poi si rileghino, con quadrar le q, e cubar le c.

Moltiplicare, e Partire.

PErche il moltiplicare, e partire di questa sorte de numeri non è differente dal moltiplicare, e partire di numeri composti con dignita; mà non ligati se non in sciorgli, cioè quadrare le r q, cubare le r c, &c. e poi oprare quei numeri, come s'oprano gl'altri, del che n'hanno trattato altri, e poi finita l'operatione cauarne le r q delle q, e le r c delle c, &c. e se saranno communicanti, ò rationali cauare le r, se non saranno communicanti il prodotto, ò quotiente respettiuamente nel moltiplicare, e partire rinchiuderlo dentro le parentesi con segnarli di fuora il carattere radicale secondo, che v'era per prima.

L'ordine richiedeua in questo luogo, doppo l'estrattione delle radici de numeri composti con dignita io ponessi la mano a trattar, & insegnar l'estraer le radici de quei numeri, che senza alcuna dignita sono composti; ma hauend'io nell'animo spiegare si-

 mili

mili estrattioni col mezzo, e benefitio dell'Algebra, oltre che dall'vltimo Quesito, Zetetico, n'ero totalmente forzato, quindi giudicai profitteuole primieramente intraprender à trattar i precetti di quest'Arte, cosa veramente oportuna per lo mio proponimento, & tanto più, quanto mi persuasi ciò fosse per esser cosa non discara, mà grata à quelli, che studiosi per certo, mà non molt'in somigliante Professione sono versati, e quì spiegando con ogni facilità quello, che gl'antichi, e moderni scritto lasciarono, farò conoscere à molti, che io quando mandai alle stampe li miei noue quesiti non fui a ciò dalla curiosità dell'imparar le solutioni stimulato; come per auentura di suegliar gl'intendenti dell'Arte, che quasi nell'ozio sopiti giaceuano; de quali due nelli studij molto vigilanti pienamente sodisfecero con lor molta lode alle mie proposte; non però tanto mi arrogo, che io qui pretenda far palese le celebri inuentioni di Francesco Vieta, auenga, che è per il methodo nello comporre, e per le voce della Greca lingua, che Grecismi si dicono, talmente si è reso à lettori oscuro: che io non mi reputo à rossore lo confessar non totalmente intenderlo più tosto, che imitar molti, e Dio sà quanto peschino à fondo in simil professiione, che si danno à creder giunger alle speculationi di quel huomo veramente nelle discipline Mattematiche singolare, anzi di cotal gloria non sodisfatti si studiano con bel artifitio accrescerla cioè con tacciare Christofaro Clauio di poco(quā-
tunque

tunque di grandiſſimo ingegno) aſcriuendogli à ſcuſa quand'egli dice nõ hauer veduto l'Opere dell'Autore ſudetto, mà quindi alla regola dell'Algebra farò paſſaggio.

Regola dell'Algebra.

LA regola dell'Algebra ſerue per venire à vna vguagliatione, la quale non è altro, che vna redurtione di dua numeri di diuerſe natura, e denominatione à von ſol valore, come ridurre vn numero ſe è pura, ò di più numeri ſe è affetta la maggior dignità vguale à vn numero aſſoluto, con gl'eſempi mi dichiarerò. Queſta regola hà 4 parti.

La prima ſi chiama poſitione, la ſeconda traſpoſitione, ò redutione, la terza diuiſione, e la quarta eſtrattione di radice.

La poſitione, come ſe io diceſſi trouiſi vn numero per quel num. incognito ſi mette 1 N, ò più per fuggir brighe de rotti, e s'opra queſto num. ſecondo, che dice il queſito, trouiſi vn num. che moltiplicato per 5 faccia 50 ſi diria, che il num., che ſi cerca, ſia 1 N moltiplicato per 5 fa 5 N = 50.

Trouiſi vn num., il cui quadrato moltiplicato per 2 faccia 72. Il num. è 1 N: il ſuo quadrato è 1 q moltiplicato per 2 fà 2 q = 72.

Trouiſi vn num., che il ſuo cubo moltiplicato per 3, & il ſuo quadrato moltiplicato per 5 ſommati aſſieme faccino 126. Il num., che ſi cerca è 1 N il ſuo cubo è 1 c moltiplicato per 3 fa 3 c, il ſuo quadrato

 è 1 q

è 1 q moltiplicato per 5 fà 5 q. Si sommino assieme, e sarà 3 c + 5 q = 126, e così discorrete negli altri modi, ò reduttioni.

Della seconda parte. Traspositione, ò riduttione detta Antithesi.

LA traspositione serue per ridurne da vn canto tutti li numeri, che hanno dignità, acciò tutti sijno vguali al num. assoluto, che è detto Homogeneo: perche hà la natura, ò contiene tutte quelle dignità, che gli stanno di rimpetto, auuertendo, che il num. che si traspianta muta segno, come per esempio se fosse nel suo canto − diuenta +, e se fosse + diuenta −, e se da ogni parte vi fosse num. dell'istessa natura si maneggiano, come si fà il sommare, e sottrare di +, e di −, e perche intendo parlar con chi sà non mi stenderò più à longo facendolo nel mio Teatro, mà per quegli, che non sanno tanto darò questi pochi esempi.

Se hauessimo 5 N + 3 = 10.

Perche bisogna, che il num. con dignità sia vguale al num. assoluto si caui da ogni parte 3, che è dal canto del num. con dignità, e resterà 5 N, e cauato da 10 resterà 7, & haremo 5 N = 7.

Se hauessimo 4 q + 5 N = 12 − 6 N.

Se leuerebbe il − 6 N dal canto del num. e si metterebbe con + 5 N, e perche + è − si somma sarebbe l'vguagliatione 4 q + 11 N = 12, ò vero s'ag-

giun-

giunge 6 N à ogni canto, e fà l'istesso.
Se hauessimo $1\ qq = 225 + 3\ q - 4\ N$.
Douendosi ridurre tutte le dignità da vn canto transpiantate. Sarà $1\ qq - 3\ q + 4\ N = 225$. doue si vede, che mutano segno il + diuenta −, & il − diuenta +, e non per questo alterano l'vguagliatione.

Nota.

AVanti che passi più auanti se fosse $1\ q = 10\ N$ douendo essere vna dignità, ò più vguale à numero, che si deue fare? si deue sghisare la dignità, cioè leuare il N à 10 N è resta 10, & à 1 q, leuare il N, che restaria $1\ N = 10$.
$1\ c = 20\ N$ viene $1\ q = 20$, e così degl'altri, e questo modo è chiamato Hipobibasmo.

La Terza parte è la Diuisione, detta Parabolismo.

S'Auuerta, che douendosi fare l'vguagliatione è necessario, che il num. che ha maggior dignità detto Potestà sia solamente 1, e non più, e se fosse 2, 3, 4, &c.
Bisogna per questo numero partir se stesso, e tutti gl'altri tanto con dignitè, quanto l'assoluto. Come per esempio. Hauemo ridotta l'vguagliatione.
à $3\ c + 12\ q - 6\ N = 144$.
partito 3 c per 3 viene 1 c, partito + 12 q per 3 vien + 4 q, e partito − 6 N per 3 viene − 2 N, e partito 144 per

per 3 viene 48, che haremo questa vguagliatione. $1\,c + 4\,q - 2\,N = 48$, e così degl'altri, che è cosa facile.

Mà se hauessimo $6\,qq + 5\,c + 8\,q + 3\,N = 349$ partinsi tutti per 6 nu. di qq, che è la maggior dignità viene $1\,qq + \frac{5}{6}\,c + \frac{8}{6}\,q + \frac{3}{6}\,N = \frac{349}{6}$

Mà perche doue entrano rotti non si può fare l'vguagliatione è necessario ridurli ad intieri, che si fà con il benefitio del 6 partitore considerando le dignita quanto sono distanti frà loro, e questo modo si chiama Isomeria, e si tenga questa regola, che è di tutte la meglio.

Si cōsideri per esempio il Cubo che seguita doppo il qq; perche è immediatamente si moltiplichi il 5 numeratore del rotto via 6, che fù il num. di qq, e fà 30, e si parta per 6 denominatore, e vien 5, & è 5 c, segue $\frac{8}{6}\,q$, e perche q è differente da qq per q. Si quadri il 6, e fà 36, e moltiplicato per 8 numeratore fa 288, e questo si parte per 6 denominatore, e fà 48, e si mette 48 q.

Poi si moltiplica il 3 numeratore di $\frac{3}{6}\,N$ per 216 cubo di 6 essendo lontano il N da qq per vn cubo, e fà 648, che partito per 6 denominatore di $\frac{3}{6}\,N$, e vie

viene 108 N, e questo si mette, e l'istesso sarebbe venuto se li $\frac{3}{6}$ si fossero sghisati, e fosse venuto $\frac{1}{2}$ perche moltiplicato 216 cubo di 6 per 1 numeratore fà l'istesso, e partito per 2 numeratore viene 108 N come prima. Finalmente si moltiplichi 649 numeratore del numero assoluto via 1296, qq di 6 viene 841104, e questo num. partito per 6 numeratore di $\frac{149}{6}$ viene 140184. Si che haremo per l'Isomeria.

1 qq + 5 c + 48 q + 108 N = 140184. & ecco li ridotti ad intieri, s'auuerta poi, che quello, che viene per il valore di 1 *N* si deue partire per il numero, che hà la potestà, ò maggior dignità, cioè per *6*, & essendo questa operatione forsi à qualcuno difficile ne porrò altri esempi auuertendo, che in questo loco non hò atteso, che si possa fare l'vguagliatione, mà solo à insegnare il modo di fare queste operationi.

*S*ia 4 q c + 15 c + *6 N* = *96*.

Il 4 in 4 entra 1, & è 1 q c + $\frac{15}{4}$ c + $\frac{6}{4}$ *N* = 24.

Il 15 denominatore di $\frac{15}{4}$ c si moltiplica via 16 q di 4: perche da q c, e c ciè differenza q, e fa 240, quale si parta per 4 denominatore di $\frac{15}{4}$ c vien 60 c, e poi si mol-

si moltiplichi il 6 denominatore di $\frac{6}{4}$ N via qq di 4, che è 256, e questo perche da q c è *N*, ciè differenza qq, e fa 1536, e questo si parta per 4 denominatore, e viene 384 N, e poi moltiplichisi 24 num. via 1024, q c di 4. e viene 24576, e non si parte; perche non ha denominatore, e viene 1 q c ✱ 60 c ✱ 384 N = 24576, e così degli altri, e questo basti, hauēdone a sufficienza dati gl'esempi, s'auuertano con diligenza, che è bellissima cosa.

Quarta parte dell'Algebra, che è l'estrattione della Radice, chiamata Analisi.

FAtta la positione, trasposítione, e diuisione, e venutosi all'vguagliationi, la quale non è altro, che vna compartione d'vna quantita incerta a vna certa; la quantita incerta è vn num. con dignita come 1 N, 1 q, &c. la quantita certa è vn num. senza alcuna dignita.

Se saranno più dignità vguali a vn num. la maggior dignita si chiamara Potestà.

Questa Potestà, ò è Pura, ò Affetta; La Pura è quando vna dignita è vguale a num. come 1 N = num. 1 q = num. &c.

L'Affetta è quando vna dignita maggiore è accōpagnata con vna, ò più dignita, come 1 q ✱ 3 N = num. 1 c ✱ 2 q ✱ 3 N = num. &c.

Quest'affettione, ò è per negatione, ò per affirmatio-

matione. Per negatione si chiama quando ci è il —; & è chiamata Apofatica, per affirmatione, quando ciè il + detta Catafatica. Quando la dignità minore è — della maggiore tal negatione si chiama Diretta; ma quando la dignità maggiore è — della minore tal negatione si chiama Inuersa, e se la dignità maggiore è — si chiama tal r Anfibola, ò Ambigua, cioè, che questa vguagliatione hà dua r. Habbiamo detto, che la Potestà pura è quando vna dignità sola è vguale à num. però se 3 N sono vguali a 18 partito 18 per 3 num. de N verrà 6 per il valore di 1 N.
5 q = 125 la r q del quotiēte è il valore di 1 N, però diuiso 125 per 5 viene 25, la cui r q è 5, e 5 vale 1 N.
7 c = 5103 la r c del quotiente è il valore di 1 N, però partito 5103 per 7 viene 729, la cui r c è 9, e 9 vale 1 N.
12 qq = 192 la r qq del quotiente è il valore di 1 N, che però partito 192 per 12 vien 16, la cui r qq è 2, e 2 vale 1 N, e così dell'altre sorte di dignità.

*S*e la potesta sia affetta, e la dignità maggiore sia q tal affettione è vna sola, cioè q, e N = num., e questa per rispetto del +, e del — può variare in 3 modi, cioè q + N = num., q — N = num., e N — q = num., de ciascheduno de quali ne darò gli esempi con il modo di cauarne la r q; poi che dal num. si caua sempre quella sorte di r, che è la potestà, ò dignità maggiore, cioè se è q si caua la r q: se è c la r c, se qq la r qq, &c. daremo gl'esempi di questa, e poi in mano in mano anderemo ascendendo alle di-

gnità maggiori. Riducendosi à memoria, che la regola da darsi acciò non si resti defraudato è necessario, che il num. sia intiero, e rationale: poiche quando il valor di 1 N hauesse da venire vna r q, ò r c, &c. ò con questa vn num., ò vn altra radice non si potrebbe fare per questa regola.

Sia 1 q ✱ 6 N = 91 (7 sopra, punto sotto l'1) Questa vguagliatione non vol dir altro se non che si troui 1 num. il cui quadrato sommato con il prodotto del detto nu. da trouarsi via 6 num. de N faccia 91: però prima

7	6	49
7	7	—
—	—	42
49	42	42
		—
		··

si punti il 91 mettendo il punto sotto à 1, e non potendosi passare più oltre diremo tal r esser fatta d'vna sol figura, ò num., e cercandosi qual sia diremo sia 7, quale si segni sopra il num. doue è il punto, cioè sopra l'1, il quadrato di 7 è 49, che messo sotto il 91, e cauato resta 42: di poi si moltiplichi l'istesso 7 per 6 num. de N fa 42, che cauato da 42 di sopra resta o, e 7 vale 1 N, & è il num., che si cerca.

Sia 1 q ✱ 12 N = 133, si punti 133 ci saranno dui punti puntandosi le r q vna sì, & vna nò, incominciandosi à mano dritta, & andando verso mano manca, hora 1 q ✱ 12 N = 133 (7 sopra, punti sotto). Se diciamo, che la r q di 1

```
7          49
7    12    —
—     7    84
49.   —    84
     84    —
           . .
```

di 1 sia 1, & il suo quadrato 1, che cauato da 1 di sopra restaria o, di poi moltiplicandosi l'vno via 12 faria 12, che non si può cauare dal primo 3, e però del primo punto à mano manca non se ne tien conto, e si *fà* la Deuolutione, e si cerca qual sia il lato, che è 7, il quale si segna sopra l'vltimo 3 doue è il primo punto à mano dritta, il cui quadrato è 49, quale cauato da 133 resta 84: poi moltiplicato l'istesso 7 via 12 num. de *N* fà 84, che cauato da 84 di sopra resta o, e 7 vale 1 N. Le Deuolutioni succedono quando il num. de N supera il lato della r q, che si cerca, & entri nel centinaro.

Sia 1 q + 6 N = 667. Si punti il num. vno sì,

```
                      4
  4    4  3           —
  6 |  3  3          26
  — |  —  —          12
Partir 46|12  9       —
     6              147
     3               12
     —               —
    18               27
                      9
                      —
```

& vno nò, & essendoci dui punti bisogna dire, che la r è fatta di 2 figure, ò num. Hora douendosi cauare la r q di *6*, doue è il primo punto, e sarà 2, che si segna sopra, il suo quadrato 4, e si segna sotto il *6*, e dall'istesso si caua, e resta 2 si tiri giù l'altro *6*, e fà 26, da questo si caui

 il pro-

18 il prodotto dell'istesso 2 via 6
18 num. de N, che fà 12, e resta 14,
— à questo s'aggiunga l'vltima let-
· · tera 7, e fà 147. Per formar la
seconda figura si dupli il 2 prima figura, e fà 4, poi à questo s'aggiunga 6 num. de *N*, e si mette più auanti; perche il prodotto della seconda figura via 6 s'hà da cauare dall'vltima lettera, e non il prodotto del duplo della prima via la seconda, perche s'hà da cauare dall'vltima il quadrato della seconda figura, e però 4 con 6 verso man dritta fà 46, il quale in 147, che è auuanzato entra 3 per la seconda figura, quale si segna sopra il 7 doue è l'altro punto, e prima si caua il duplo della prima, che è 4 via 3 seconda figura, e fà 12, che cauato da 14 resta 2, à questo s'aggiunga 7 vltima figura, e fà 27. Secondo si caui il quadro di 3 seconda figura, che è 9, che cauato da 27 resta 18: dal quale finalmente si caui il prodotto di 3 seconda figura via 6 num. de N, e fà 18, che cauato da 18 resta 0, e 23 vale 1 N.

		2 8	
Sia	1 q — 6 N =	616.	Questa vguagliatione non
	2	· ·	vol dir altro, che si cerca
	2	4	vn num. dal cui quadrato
	—	—	cauato il prodotto del nu.
	4 ·	21	da trouarsi via 6 resti 616.
	6	12	Prima si punti come le r q
	re — —		e si trouarà esser dui punti
Partit.	34	336	nella prima, & vltima let-
			tera.

6	2	8	336
8	2	8	48
—	—	—	——
48	4	64	384
	8		32
	—		—
	32		64
			64
			——
			0 0

tera. Il maggior quadro che ſi poſſa cauare da 6 primo num. à mano manca è 4, il cui lato è 2, qual ſi ſegni ſopra il 6, & il 4 ſi ſegna ſotto il 6, e ſi caua dal iſteſſo 6, e reſta 2, à cui s'aggiunga 1 ſeconda lettera, e fà 21, al quale s'aggiunga perche è — il prodotto di 6 num. de N, via 2 prima figura, che è 12 ſommato con 21 fa 33, al quale s'aggiunga l'vltima lettera 6, e fà 336.

Per formar la ſeconda figura ſi dupli la prima fà 4, da queſto ſi caui 6 num. de N; mà ſi metta vna lettera più auanti del 4, ſopra il quale ci s'intenda o, che cauato 6 da o, cioè da 10 reſta 4, & 1 da 4 reſta 3, che ſarà 34 partitore di 336 num. auuanzato, e c'entra 8, e queſto è la ſeconda figura.

Prima s'aggiunga il prodotto di 6 num. de N via 8 ſeconda figura, che fà 48, che ſommato con 336, fà 384. Dal quale prima ſi caui il duplo di 2 prima figura, che è 4 via 8 ſeconda figura, e fà 32, quale cauato da 38 reſta 6, al quale s'aggiunga 4 vltima figura, e fa 64, dal quale cauato il quadrato di 8, ſeconda figura, che è 64 reſta o, e 28 vale 1 N, come ſe ne può fare l'eſperienza.

Sia 15 N — 1 q = 44.		Questo è il terzo modo,
4 15	.	che può succedere nella
4 4	16	combinatione di q, e N, &
— —	—	è di *N* — q = num., e non
16 60	60	vol dir altro, che si troui
	60	vn num., che moltiplica-
	—	to per 15 num. de *N*, e da
	00	questo cauato il quadrato

di detto num. da trouarsi resti 44. Però puntato hà vn sol punto, & è d'vna sol figura, la quale è 4, e si segna sopra l'vltimo 4 puntato, il cui quadrato è 16, il quale si mette sotto 44, e per esser — si sommano, e viene 60; di poi si moltiplichi l'istesso 4 num. trouato, via 15 num. de N, e fa 60, che cauato da 60 resta 0, e 4 vale 1 N.

Auuertasi, che ogni volta, che la dignità maggiore è — tale vguagliatione ha dua r, vna maggiore, e l'altra minore, & è chiamata questa vguagliatione, come di sopra habbiamo detto, Ansibola; però questo 4 è la minore, se volemo sapere la maggiore si parta 44 num. assoluto per 4, viene 11 per il lato maggiore, si può anco trouare quest'11 lato maggiore cauãdosi l'istesso lato minore 4 da 15 num. de N, e restà parimẽte 11, e che sia vero facciamone l'esperienza.

1 1 15 N — 1 q = 0 44. . . 1 1	Per far quest'estrattione de r bisogna mettere auanti il primo 4 il 0 sotto il quale viene

vn

1
15 2 1 144
— 1 1 150
15 — — ——
— 2 1 . 6
2. 15
15 —
— 21
5 2
Partitore —
1
1
—
o

vn punto, venendo il primo sotto il 4 à mano dritta, che essendo dui punti si dirà la r hauer due figure, e questa sorte si chiama Acefalo, cioè senza capo, ò principio: però dicasi, che la prima figura sia 1, e si metta sopra il o, & il suo quadrato, che è pure 1 si metta sotto l'istesso o, e s'aggiunga per esser la q —, e fà 144: di poi si moltiplichi l'istesso *1* prima figura via 15 num. de *N*, e *fà* 15, e si metta sotto 14 del *1*44, e doppo il 5 ci s'intenda vn o, che sarebbe 150, e perche non si può cauare da 144 di sopra si caui questi da 150, e si troui la differenza, che è *6*.

Per formar la seconda figura si dupli 1 prima figura, e *fà* 2, *à* questo si metta sotto 15 mettendo l'vno sotto il 2, & il 15 più auāti, che cauato da 20 prosuppostoci vn o, 15 resta 5 per la differenza, e partitore il quale in *6* entra 1 per la seconda figura, il quale moltiplicato via 15 *fà* 15, sommato con *6* *fà* 21. Di poi si dupli 1 prima figura, e si moltiplichi via 1 seconda figura, e fa 2, quale si caui da 2 di 21, e resta 1, dal quale si caui il quadrato di 1 seconda figua, che è pur 1, e resta o, & 11 vale 1 N per la r maggiore.

Se il c fosse la dignità maggiore per trouare quan-

te

te siano le combinationi frà c, q, e *N* s'opri questa regola, la quale serue per tutte: q per esempio hà 2 per esponente si faccia la progressione dupla incominciandosi da 1, e poi il secondo termine sarà 2 dal quale leuato 1 resta 1, e però q non hà altro, che vna combinatione, che è q, e *N* = num.
C hà 3 per esponēte, però si faccia la progressione di 3 termini, il primo è 1, il secōdo è 2, il terzo è 4, da questo si caui 1, e resta 3, che sarāno C, e q | C, e N | C, q, N | = num.
e per rispetto del +, e del — ne vengono 13.

C + *N* = n. C — *N* = n. *N* — C = n.
C + q = n. C — q = n. q — C = n.
C + q + N = n. C — q — *N* = n.
C + q — *N* = n. C — q + *N* = n.
q + N — C = n. q — N — C = n.
N — q — C = n.

Se la maggior dignità è qq hauendo 4 per esponente bisogna fare 4 termini di progressione, il primo sarà 1, il secondo 2, il terzo 4, & il quarto 8, dal quale cauato 1 resta 7, e tante sono le combinationi, e saranno qq, e N. qq, e q. qq, e c, qq, e q, e N. qq, e c, e N. qq, e c, e q, e qq, e c, e q, e N = num., e queste possono variare in più maniere con il segni di +, e di —, che ogn'vno da per se potrà trouare volendone io, auanti venga alla solutione de miei quesiti darne di queste sorti alcuni esempi, quali se si consi-

cõſidereranno eſattamẽte ſaranno baſteuoli à chiunque deſidera la ſolutione degl'iſteſſi.

C ✣ N = num.

```
                        3   7
Sia 1 c ✣ 20 N = 51 393.
3   20   3   3   7   .   .
3    3   3   3   7  27
------------------------------
9   60.  9   9  49  2439
3        3  49   7    60
-        -   -   ---------
27      27 441.343. 23793
-        7            189
3       --            --
3      189   20   .   489
-             7       441
9            --       --
3           140   .   483
-                     343
27                    --
  9                   140
  20                  140
  --                  --
2810   partitore      . .
entra 7 per la ſecõda
  figura
```

Perche la maggior dignità è c, biſogna ſegnare il num. vno ſi, e dua nò, come ſi vede per poterne cauare la r c. Non volendo dire altro, che ſi troui vn numero, il cui cubato ſommato con il prodotto di detto num. da trouarſi via 20 numr de N faccia 51393. & hauendo dua punti harà queſta radice dua figure. Cauiſi la r c da 51 doue è il primo pũto, e ſara 3, che ſi ſegna ſopra, e ſotto ſi mette 27 cubato del detto 3, e ſi caua da 51, e reſta 24, al quale ſi gionga il 39, poi che il *N* non s'opra ſe non dua volte ſi moltiplichi il 3 prima figura via 20 num. de N, e fà 60, quale ſi metta ſotto il 2439, e ſi caui, e reſta

 2379,

2379, à questo s'aggiunga 3 vltima lettera, e farà 23793.

Per formare, ò trouare la seconda figura prima si tripla il q di 3, e fa 27, di poi si tripla il 3, e fà 9, e si mette sotto, mà più auanti del 7. e questo perche questa operatione è risolutione contraria della compositione, poiche se noi moltiplicamo più lettere insieme, sempre andamo vna lettera più à dietro verso mano manca, e cosi nella risolutione operatione contraria si và vna lettera più auanti verso mano dritta, che farà sommati questi prodotti 279, à questo s'aggiunga 20 num. de N. Mà vna lettera più auanti, e verrà 2810, & è partitore di 23793 num., che è restato, & entra 7, & è la seconda figura, dal qual num. prima si caui il triplo del q, di 3 prima figura, che è 27 via 7 seconda figura, e fà 189, e si mette sotto 237, perche è necessario, che restino dua lettere douẽdosi fare, e cauare due altri prodotti, e resta 48 à questo s'aggiunga 9 num. che segue, fa 489. Dal quale si caui il triplo di 3 prima figura, che è 9 via 49, q di 7 seconda figura, e fa 441, e resta 48, al quale s'aggiunga 3 vltimo num., e fa 483 dal quale si caui il c di 7 seconda figura, che è 343, e resta 140, dal quale finalmente si caui il prodotto di 7 seconda figura via 20 num. de N, e fà 140, e resta o. Si che 1 N vale 37, come se ne può fare l'esperienza, quale per breuità io tralascio hauendosi à vedere nel mio Teatro esattamẽte. Ne metterò di questa sorte vn'altro esẽpio per leuare vna difficoltà, che suole acadere

Sia

		1	9	
Sia 1 c + 95400 N = 1819459.				Puntandosi il n.
	1	1	9 . . .	ci vengono trè
3	1	3	9 1	punti, e però
3				doueria questa
95400	1 3	81	181845	radice hauer trè
	3 81	9	95400	figure; mà non
95730				le può hauere
	3 243.729		864459	essendo il nu.de
	9		27	N così grande,
Partitore	27		86175	che non si potria cauare; però si
			243	lascia il primo punto, si fà la
	95400		859329	Deuolutione, e
	9		729	si vede quant'è
	858600		858600	la r c de num. si- no al secondo
			858600	punto, e si troua
			......	che è 1, e si met- te sopra il 9 do-

ue è il secondo punto, mà primo da oprarsi, e sotto si mette 1 cubo di 1, e si caua, e resta 1818, à questo s'aggiungono 45, e si fà 181845, e da questo si caua 95400 prodotto di 1 prima figura via il num. de N, e resta 86445, à questo s'aggiunga l'vltimo num. 9, e fà 864459.

Per formar la seconda figura si tripla il quadro di 1 prima figura, e fà 3, e poi si tripla l'isteßo 1 prima

figura, e fà 3, e si metta più auanti; & à questi s'aggiungi 95400 num. de N vna lettera più auanti, e fà sommati assieme per il partitore 95730, che in 864459 num. restato entra 9 per la secōda figura, e si segni sopra à 9 vltima lettera doue è l'altro punto.

Prima si caui il triplo di 1, q di 1 prima figura, che è 3 via 9 seconda figura, e fa 27, e si metta sotto l'antepenultima il 7, perche si deuono cauare tre prodotti, questo 27 si metterà sotto 44, e cauato da 8644 resterà 8617, a questo s'aggiunga 5 che segue di sopra, e fa 86175, dalli quali, secondo si caui il triplo di 1 prima figura, che è 3 via il q della seconda che è 81, e fà 243, e resta 85932, à questo s'aggiunga l'vltima lettera, che è 9, e farà 859329, e da questo si caui, terzo il cubo di 9 che è 729, e resta 858600, e da questo si caui il prodotto di 9 secōda figura via 95400 num de N, e fa 858600, e resta 0, e 19 vale 1 N, & è il num., che si cerca.

C — N = num.

				2	4	
Sia	1 c	— 10 N	= 13584.			
10	2	4	2	4	.	.
2	2	10	3	4	8	
—	—	—	—	—	—	
20.	4	40	6	16	558	
	3		16	4	20	
	—		—	—	——	
	12		96	64	5784	
		6			40	

Ogni volta, che si vede il — in vna vguagliatione significa, che nella cōpositione è stato cauato quel nu. che l'hà, e però nel la resolutione s'aggiunge così per il con-

126	2	5824	contrario, il ✝ significa, che è stato aggiõto, e nella resolutione si deue cauare.
10	2	48	
——	—	——	
1250	4	102	
Partitore	3	96	
	—	——	
	12	.64	
	4	64	
	—	——	
	48	00	
		.	

Puntato il num. come si vede, si troui il lato c di 13 doue è il primo qunto, & è 2, che si mette sopra, & il suo cubato è 8, che cauato da 13 resta 5 à questo s'aggiunga 58, che seguono arriuando fino alla penultima lettera, e sarà 558, al quale s'aggiunga il prodotto di 10 nu. de N via 2 prima figura che è 20 e fà 578, si tiri giù l'vltimo num., & sarà 5784.

Per formar la seconda figura si tripli il quadro di 2 prima figura, e fà 12, e poi si tripli la prima figura che sarà 6, e si metta dauanti, e farà 126, dal quale si caui 10 num. de N: Mà si metta vna lettera più auanti, e restara 1250 per la differenza, e partitore, che nel num. restato entra 4, quale si metta sopra l'vltimo punto.

Prima s'aggiunga il prodotto di 10 num. de N via 4 seconda figura, e fà 40, e si mette sotto l'vltimo nu. e sommato fà 5824. Poi si caui il triplo del q della prima figura via la seconda semplice, e fà 48, che cauato da 58 resta 10, à questo s'aggiũga il 2 che segue, e fà 102, dal quale si caui il triplo della prima via il q della seconda, è fà 96, e resta 64, e da questo si caui il

ui il c di 4 seconda figura; che fà 64, e resta o, e 24 vale 1 N.

$$N - C = \text{num.}$$

8

*S*ia 251 *N* — 1 c = 1496. *S*e si considera il nu.
• 512. bisogna dire, che que
—— sta radice ha dua let-
2008 tere, mà se ciò si fà
2008 non si può cauare il
—— prodotto della pri-
0000 ma figura via 251 nu.

de N, e però si fà la deuolutione, e s'opera l'vltimo punto, e si dice essere il lato 8. il cui cubato è 512, che sommato con 1496 fa 2008, e da questi si caui il prodotto di detto 8 via 251 num. de *N*, che fà 2008 e resta o, & 8 vale 1 *N*.

E perche quando la dignità maggiore, ò Potestà è —, questa vguagliatione hà 2 radici, & essendo 8 la minore, vediamo quant'è la maggiore, Che si troua in questa maniera.

*S*i parta il num. 1496 per 8 lato, e viene 187, come anco se da 251 nu. de N noi caueremo il quadrato di 8 lato minore, che è 64, e restarà parimente 187, quale è vn num. composto del quadrato della maggior radice, che hora cercamo, e del prodotto della detta maggiore via 8 minore. Però dicasi la maggior radice esser 1 N il suo quadrato è 1 q l'istesso 1 N maggiore si moltiplichi via 8 minore, e fa 8 *N*, si sommino, e fanno 1 q + 8 *N*, e doueuano fare 187,

re 187, e però haremo 1 q + 8 N = 187, e perche non può venire nu. rationale questa regola, che s'insegna non può seruire, opraremo l'ordinaria, che si traspianta il + 8 N, e verrà 1 q = 187 — 8 N. la metà di 8 *N* è 4, si quadra, e fa 16, *à* questo s'aggiunge 187, e fà 203, di questo se ne piglia la r q, & è r q 203, e da questo si caua la metà di 8, nu. de N. e viene per il lato maggiore r q 203 — 4 per il valore di 1 *N*.

*S*i proui prima per il minore. *S*i moltiplichi 251 num. de *N* via 8, e fà 2008, e da questo si caui il cubato di 8 che è 512, e resta 1496 num. al quale erano vguali 251 N — 1 c, e torna benissimo.

Prouiamolo per la r, ò lato maggiore, che è r q 203 — 4, questo si moltiplichi via 251 num. de N, e fa r q 12789203 — 1004, e da questo si caui
r q 12789203 — 2500 cubo del lato maggiore, e resta

+ 1496, e resta + perche *à* cauare — da — resta — se quel di sopra è maggiore, se nò resta +, e torna benissimo.

				1 2	
Sia 13104 N — 1 c = 155520.					Puntato il num.
13104	1	1	2	. .	ci sono dua punti
3	1	3	2	1	è però è fatta
3	—	—	—	———	questa radice di
———	1	3	4	15652	dua figure. La
12774	3	4	2	13104	prima è 1 che và
Partitore	—	—	—	———	segnato sopra l'vl
					timo

3	8.	.25480	timo 5 di 155, e si
2	12	6	mettesil suo cubato
—		——	sotto, che è pur 1, e
6		2608	perche è — si som-
——		12	ma e fa 156, à que-
13104		——	sto s'aggiungano 52
2		26200	che seguono, e fan-
——		8	no 15652, e da que-
26208		——	sti si caui il prodotto
		16208	di 1 prima figura via
		26208	13104 num. de N, e
		——	fa l'istesso, e resta
		.....	2548, & à questo

s'aggiunga il o vltima lettera, e fà 25480.

Per formar la seconda figura si metta 13104 num. de N, e poi si tripli il quadro di 1 prima figura, e fà 3, e si metta sotto l'antepenultima, e poi si tripli l'istesso 1, e si metta sotto la penultima, e si cauano, e resta 12774, & è il partitore di 25480 num. restato, & entra 2 volte per la seconda figura. Trouata questa seconda figura si tripli il quadro di 1 prima figura, che è 3 via 2 seconda figura, e fà 6, e questo si metta sotto il 4 antepenultima: perche sono tre i prodotti del cubo, e somma, e fà 260 à questo s'aggiunge l'8 penultima lettera, e fà 2608.

Secondo s'aggiunga il triplo di 1 prima figura via il quadro di 2 che è 4, e fa 12, e viene 2620, & à questo s'aggiunga o vltima figura, e fa 26200, & a questo s'aggiũge 8 cubo di 2 secõda figura, e viene 26208 e da

e da questa somma si caua il prodotto di 13104 nu. de *N* via 2 seconda figura, e fa 26208, e resta 0, e 12 vale 1 N, e 12 è il lato minore, chi volesse trouare il maggiore si parta il num. 155520 per 12 lato minore, e viene 12960, quale si troua ancocauato 144 quadrato di 12 da 13104 num. de *N*, e resta l'istesso, il quale num. è il quadrato del maggiore, & il prodotto del maggiore via il minore; però dicasi, che il maggiore sia 1 N, il suo quadrato è 1 q, & 1 N via 12 minore fa 12 N sommato con 1 q, fa 1 q-+ 12 N.

Si che haremo 1 q -+ 12 N = 12960. Che fatta l'operatione come s'è insegnato a suo luogo, e quì si vede fatta viene 108 per la r maggiore; ma voglio che ne facciamo l'operatione cõ l'istesso esẽpio, ò paradigma di sopra.

```
                                   1 0 8
Si che haremo 1 q -+ 12 N = 12960.
1      10      1     20  8      . . .
1 -    10      12     8  8      1
----------------  -----------------------
2      20      12   160: 64     29
12     12                 -     12
----------                12    -
32     212                 8    1760
Pri.   Secõdo              -    160
  Partitore               96    --
                                160
                                64
                                --
                                96
                                96
                                -
                                00
```

N Sia

1 0 8

*S*ia dunque 13104 *N* — 1 c = 0155520.

	3	300	30	. . .
	3	8	64	1
	13104			
		2400	1920	1155520
Partitore primo	19896			13104
			8	
	300		8	.154880
	30		—	104832
	13104		64	
Partitore secōdo	17196		8	259712
				2400
			512	
				.1971
			13104	1920
			8	
				. . 512
			104832 .	512
				000

Questa è vna di quelle sorte de radici, alle quali è necessario aggiungere in principio vn o, & puntandosi il num. vi capiranno 3 punti contrasegno che hà, & è fatta di 3 figure, ò numeri, e però si dirà, che il primo sia 1, e si metterà sopra il o, il cubato di 1, è 1 si metterà sotto l'istesso o, e si sommarà, e farà 1155520: di poi si moltiplichi 13104 num. de *N* via l'istesso 1 prima figura, e fà l'istesso, e questo si metta

metta sotto à 11555 per cauarsi da questo; mà perche il num. da cauarsi è maggiore s'aggiunga al nu. dal quale si deue cauare il 20 lettere, che seguono, e si caui il minore dal maggiore, come si vede nel operatione, prosuponendo sotto il num. di sotto tanti zeri, resterà per la differenza 154880 Per formar la seconda figura si tripli il quadro di 1 prima figura, e fa 3, poi si tripli l'istesso 1, e fa 3, e si metta auanti il primo 3, e poi sotto si metta 13104 num. de N, chiamato Coefficiente, e cauandosi il minore dal maggiore presuposti tanti o resta per la differenza, e partitore 19896, il quale in 1548 non può entrare, ò per dir meglio entra 0, che è la seconda figura, e si mette sopra il 5 doue è il secondo punto, e perche s'ha da maneggiare il o vien sempre o si viene all'inuentione della seconda figura, che viene à esser la terza, la quale per formarla si tripla il quadro della prima, che è 10, il suo q è 100 triplato fà 300, e poi si tripla il 10 prima figura, e fà 30, e si mette vna lettera più auanti del 300, sotto à questo si mette 13104 num. de N, e cauandosi il minor dal maggiore resta per differenza 17196, & è il partitore, che nell'istesso num. 154880 entra 8, & è la terza figura, per la quale si moltiplichi il num. de N, e fà 104832, e si somma con il num., e fa 259712, dal quale prima si caua il triplo del quadro di 10 prima figura via 8 seconda figura, e fa 2400, che cauato resta 197, à questo s'aggiunge 1 nu., che segue, e fà 1971, dal quale si caua il triplo di 10 prima figura via il

 qua-

quadro di 8 seconda figura, e fà 1920 e resta 51, al quale s'aggiunge 2 vltimo nu., e fà 512, dal quale cauato il c di 8 terza figura, che è 512, resta 0, e 108 vale 1 N, & è la r maggiore, che s'è trouata per l'altro modo. C + q = num.

6 2

Sia 1 c + 10 q = 276768.

```
 6      6  6       .  .
 6      6  3     216
 —      —  —     ——
36     36 18    .607
 3      3  4     360
——————————————————————
108   108 72    24768
 18     2  —      216
120     —  2     ————
   10 216  2     .316
 ————      —       72
Par.12190  4    ——————
 ————      2     2448
  6        —        8
  6        8    ——————
  —  10          2440
 12   4           240
 10   —         ——————
 ——  40            40
120                40
  2                 —
 ——                00
240
```

Doppo hauer visto in quanti modi varij per rispetto del +, e del — il c, e N = nu. segue, che vediamo il c, e q = nu., & hauendo il presente essempio, & puntato il nu. come si vede vn sì, e due nò per esser la dignità maggiore c, secondo s'harà da cauare la r c, e q in vn istesso tempo dal detto num. poiche non vol dir altro questa vguagliatione, che si deue trouare vn num., il cui cubato, sommato con il prodotto del quadrato di detto num. da trouarsi via 10 faccia 276768 hauen-

hauendosi à trouare il lato c di 276, doue è il primo punto si dirà esser 6, quale si segni sopra il 6 doue è il primo punto à mano manca, il c di 6, è 216, che cauato da 276 resta 60, al quale s'aggiunga 7 num., che segue, e fà 607, dal quale si caui il prodotto del q di 6, che è 36 via 10 num. delle q, e fà 360, e resta 247, à questo s'aggiungano l'altre due lettere, che seguono 68, e fà 24768. Per formar la seconda figura si tripli il quadro della prima figura, e fà 108, di poi si tripli l'istesso 6, che fa 18, e si mette vna lettera più auanti verso man dritta, di poi si mette sotto il 18, 420, che è fatto dal duplo di 6 prima figura via 10 num. delle q, e si chiama *Planum expletionis*, finalmente si mette il 10 num. delle q, e Coefficiente, e sommati tutti assieme fanno 12190, & è partitore, che nel num. auanzato 24768 entra 2, & è la seconda figura, dal qual num. cioè 247 primi num. à mano manca si caui il triplo del quadro di 6 prima figura via 2 seconda figura, che è 216, e resta 71, al quale si giunga 6 num., che segue, e fa 316, dal quale si caui il triplo di 6 prima figura via il q di 2 seconda figura, che fà 72, e resta 244, al quale s'aggiunga 8 vltimo num., e da quest'vltimo si caua 8 c di 2 seconda figura, e resta 2440. da 244 si caui il duplo di 6 prima figura via 10 num. delle q, il quale fà 120, e questo si moltiplichi via 2 secōda figura, e fa 240, e resta 4, al quale gionto o vltimo num. fa 40, dal quale si caui il prodoto del quadro di 2 seconda figura via 10 num. delle q, che fà 40, e resta o, e 62 vale

1 N,

1 N, & è il numero, che si cerca.

C — q = num.

Perche quest'vguaglione non e differente in altro dalla sopradetta se non che il prodotto di q in questa s'aggiunge, e nella precedente si caua, la tralasserò, e verrò a q — c = num., che fà qualche difficultà per l'ambiguità delle due r, che può hauere.

```
                    3 0
Sia 57 q — 1 c = 24300.
      9            .  .
     ——           27
    513           ——
                  513
                  513
                  ——
                  000
```

Si punta il num. vno sì, e due nò incominciandosi à mano dritta; perche la dignità maggiore è c,& hauẽdo dua punti la r è cõposta di 2 figure, e non vol dir altro questa vguagliatione, che si troui vn num. dal prodotto del quadrato del quale via 57 cauato il c del num. da trouarsi resti 24300. Si caui la r c di 24 doue è il primo num. à mano manca, & è 3 quale si segna sopra al 4 doue è il punto, il suo cubato è 27, quale si metta sotto 24, e si sommi: perche il c è —, e fa 51, si tiri giù il 3, che segue, e fà 513, dal quale si caui il prodotto del quadro di 3, che è 9 via 57 num. delle q, e fà 513, e resta 0, e restando 00 soli l'altra figura sarà 0, si che 30 vale 1 N, & è il num. che si cerca.

E perche la dignità maggiore è — questa vguagliatione ha dua r vna maggiore, e l'altra minore, la minore, è 30; per saper quanto sia la maggiore si quadri 30,

dri 30, e fà 900, e per questo si parta 24300 num., e viene 27, il qual 27 si troua anco se da 57 num. delle q si caua 30 lato minore, & il 27 è il terzo num. di 3 num. in continua proportione, e la r maggiore sarà la somma del secondo, e terzo, e la r minore sarà la somma del primo, e secondo.

Se volemo trouare quanto sia il primo, e secondo num. delli tre proportionali facendo ambidua 30. dicasi il primo essere 1 N, il secondo sarà 30 — 1 N, & il terzo sarà 27. il prodotto del primo via il terzo, è vguale al quadrato del secondo, però sarà 27 N = 900 — 60 N + 1 q che traspiantati viene.

1 2
87 N — 1 q = 900.
2
——
174
1
——
100
87
——
130
4
——
170
4
——
174
174
——

e 12 vale 1 N, & è il primo nu. che cauato da 30 resta 18 per il secondo, che saranno tre nu. proportionali 12: 18. 27, e perche habbiamo detto la radice maggiore essere il composto del secondo, e terzo 18, e 27 fa 45, per la radice maggiore. Si può anco trouare il secondo con vn'altra positione dicendosi che il secondo sia 1 N, il primo sarà 30 — 1 N, & il terzo 27, che moltiplicati il primo via il terzo, e quadrato il secondo fà 810 — 27 N = 1 q. traspiantati si fa 1 q + 27 N = 810. Sia

ui il c di 4 feconda figura, che fà 64, e resta 0, e 24 vale 1 N.

$$N - C = num.$$
$$8$$

Sia 251 *N* — 1 c = 1496.	*Se* si considera il nu.
. 512.	bisogna dire, che que
——	sta radice ha dua let-
2008	tere, mà se ciò si fà
2008	non si può cauare il
——	prodotto della pri-
0000	ma figura via 251 nu.

de N, e però si fà la deuolutione, e s'opera l'vltimo punto, e si dice essere il lato 8, il cui cubato è 512, che sommato con 1496 fa 2008, e da questi si caui il prodotto di detto 8 via 251 num. de *N*, che fà 2008 e resta 0, & 8 vale 1 *N*.

E perche quando la dignità maggiore, ò Potestà è —, questa vguagliatione hà 2 radici, & essendo 8 la minore, vediamo quant'è la maggiore, Che si troua in questa maniera.

Si parta il num. 1496 per 8 lato, e viene 187, come anco se da 251 nu. de N noi caueremo il quadrato di 8 lato minore, che è 64, e restarà parimente 187, quale è vn num. composto del quadrato della maggior radice, che hora cercamo, e del prodotto della detta maggiore via 8 minore. Però dicasi la maggior radice esser 1 N il suo quadrato è 1 q l'istesso 1 N maggiore si moltiplichi via 8 minore, e fa 8 *N*, si sommino, e fanno 1 q + 8 *N*, e doueuano fare 187,

re 187, e però haremo 1 q + 8 N = 187, e perche non può venire nu. rationale questa regola, che s'insegna non può seruire, oprraremo l'ordinaria, che si trasspianta il + 8 N, e verrà 1 q = 187 — 8 N. la metà di 8 *N* è 4, si quadra, e fa 16, *à* questo s'aggiunge 187, e fà 203, di questo se ne piglia la r q, & è r q 203, e da questo si caua la metà di 8, nu. de N. e viene per il lato maggiore r q 203 — 4 per il valore di 1 *N*.

*S*i proui prima per il minore. *S*i moltiplichi 251 num. de *N* via 8, e fà 2008, e da questo si caui il cubato di 8 che è 512, e resta 1496 num. al quale erano vguali 251 N — 1 c, e torna benissimo.

Prouiamolo per la r, ò lato maggiore, che è r q 203 — 4, questo si moltiplichi via 251 num. de N, e fa r q 12789203 — 1004, e da questo si caui r q 12789203 — 2500 cubo del lato maggiore, e resta

+ 1496, e resta + perche *à* cauare — da — resta — se quel di sopra è maggiore, se nò resta +, e torna benissimo.

				1 2	
Sia 13104 N — 1 c = 155520.					Puntato il num.
13104	1	1	2	. .	ci sono dua punti
3	1	3	2	1	è però è fatta
3	—	—	—	———	questa radice di
———	1	3	4	15652	dua figure. La
12774	3	4	2	13104	prima è 1 che và
Partitore	—	—	—	———	segnato sopra l'vl
					timo

3	8.	:25480
2	12	6
—		————
6		2608
————		12
13104		————
2		26200
————		8
26208		————
		26208
		26208
		————
		.....

timo 5 di 155, e si mettesil suo cubato sotto, che è pur 1, e perche è — si somma e fa 156, à questo s'aggiungano 52 che seguono, e fanno 15652, e da questi si caui il prodotto di 1 prima figura via 13104 num. de N, e *fà* l'istesso, e resta 2548, & *à* questo s'aggiunga il o vltima lettera, e *fà* 25480.

Per formar la seconda figura si metta *13* 1C4 num. de N, e poi si tripli il quadro di *1* prima figura, e *fà 3*, e si metta sotto l'antepenultima, e poi si tripli l'istesso 1, e si metta sotto la penultima, e si cauano, e resta 12774, & è il partitore di 25480 num. restato, & entra 2 volte per la seconda figura. Trouata questa seconda figura si tripli il quadro di 1 prima figura, che è *3* via 2 seconda figura, e *fà 6*, e questo si metta sotto il 4 antepenultima: perche sono tre i prodotti del cubo, e somma, e *fà* 260 *à* questo s'aggiunge l'8 penultima lettera, e *fà* 2608.

Secondo s'aggiunga il triplo di 1 prima figura via il quadro di 2 che è 4, e fa 12, e viene 2620, & *à* questo s'aggiunga o vltima figura, e fa 26200, & a questo s'aggiũge 8 cubo di 2 secõda figura, e viene 26208

e da

e da questa somma si caua il prodotto di 13104 nu. de *N* via 2 seconda figura, e fa 26208; e resta o, e 12 vale 1 N, e 12 è il lato minore, chi volesse trouare il maggiore si parta il num. 155520 per 12 lato minore, e viene 12960, quale si troua ancocauato 144 quadrato di 12 da 13104 num. de *N*, e resta l'istesso, il quale num. è il quadrato del maggiore, & il prodotto del maggiore via il minore; però dicasi, che il maggiore sia 1 N, il suo quadrato è 1 q, & 1 N via 12 minore fa 12 N sommato con 1 q, fa 1 q -+ 12 N.

108

Si che haremo 1 q -+ 12 N = 12960. Che fatta l'operatione come s'è insegnato a suo luogo, e quì si vede fatta viene 108 per la 1 magiore; ma voglio che ne facciamo l'operatione cō l'istesso esēpio, ò paradigma di sopra.

1	10	1	20	8	
1	10	12	8	8	1
2	20	12	160:	64	29
12	12			—	12
				12	—
32	212			8	1760
Pri.	Secōdo			—	160
Partitore				96	—
					160
					64
					—
					96
					96
					—
					00

N *Sia*

1 0 8

Sia dunque 13104 *N* — 1 c = 0155520.

```
        3            300      30      .  .  .
        3              8      64      1
      13104       ________________________________
      _____       2400      1920      1155520
Partitore 19896   ____      ____        13104
primo    _____                8       _______
          300                 8       .154880
           30                 —        104832
        13104                64       _______
Partitore _____               8        259712
secōdo    17196              ——          2400
                             512      _______
                           _____       .1971
                           13104        1920
                               8      _______
                           _____       ..512
                          104832.        512
                                      _______
                                         000
```

Questa è vna di quelle sorte de radici, alle quali è necessario aggiungere in principio vn o. & puntandosi il num. vi capiranno 3 punti contrasegno che hà, & è fatta di 3 figure, ò numeri, e però si dirà, che il primo sia 1, e si metterà sopra il o, il cubato di 1, è 1 si metterà sotto l'istesso o, e si sommarà, e farà 1155520: di poi si moltiplichi 13104 num. de *N* via l'istesso 1 prima figura, e fà l'istesso, e questo si metta

metta sotto à 11555 per cauarsi da questo; mà perche il num. da cauarsi è maggiore s'aggiunga al nu. dal quale si deue cauare il 20 lettere, che seguono, e si caui il minore dal maggiore, come si vede nel operatione, prosuponendo sotto il num. di sotto tanti zeri, resterà per la differenza 154880 Per formar la seconda figura si tripli il quadro di 1 prima figura, e fa 3, poi si tripli l'istesso 1, e fa 3, e si metta auanti il primo 3, e poi sotto si metta 13104 num. de N, chiamato Coefficiente, e cauandosi il minore dal maggiore presuposti tanti o resta per la differenza, e partitore 19896, il quale in 1548 non può entrare, ò per dir meglio entra o, che è la seconda figura, e si mette sopra il 5 doue è il secondo punto, e perche s'ha da maneggiare il o vien sempre o si viene all'inuentione della seconda figura, che viene à esser la terza, la quale per formarla si tripla il quadro della prima, che è 10, il suo q è 100 triplato fà 300, e poi si tripla il 10 prima figura, e fà 30, e si mette vna lettera più auanti del 300, sotto à questo si mette 13104 num. de N, e cauandosi il minor dal maggiore resta per differenza 17196, & è il partitore, che nell'istesso num. 154880 entra 8, & è la terza figura, per la quale si moltiplichi il num. de *N*, e fà 104832, e si somma con il num., e fa 259712, dal quale prima si caua il triplo del quadro di 10 prima figura via 8 seconda figura, e fa 2400, che cauato resta 197, à questo s'aggiunge 1 nu., che segue, e fà 1971, dal quale si caua il triplo di 10 prima figura via il

 qua-

quadro di 8 seconda figura, e fà 1920 e resta 51, al quale s'aggiunge 2 vltimo nu., e fa 512, dal quale cauato il c di 8 terza figura, che è 512, resta 0, e 108 vale 1 N, & è la r maggiore, che s'è trouata per l'altro modo.

C + q = num.
6 2

Sia 1 c + 10 q = 276768.

```
  6     6  6       .  .
  6     6  3     216
  —     —  —     ———
 36    36 18    .607
  3     3  4     360
 ——————————————————
108   108 72   24768
 18     2  —     216
120     —  2    ————
 10   216  2    .316
————       —      72
Par. 12190 4   —————
————       2    2448
  6        —       8
  6        8   —————
  —    10       2440
 12     4        240
 10     —      —————
 ——    40         40
120               40
  2                —
 ——               00
240
```

Doppo hauer visto in quanti modi varij per rispetto del +, e del − il c, e N = nu. segue, che vediamo il c, e q = nu., & hauendo il presente essempio, & puntato il nu. come si vede vn sì, e due nò per esser la dignità maggiore c, secõdo s'harà da cauare la r c, e q in vn istesso tẽpo dal detto num. poiche non vol dir altro questa vguagliatione, che si deue trouare vn num., il cui cubato, sommato con il prodotto del quadrato di detto num. da trouarsi via 10 faccia 276768 hauen-

hauendosi à trouare il lato e di 276, doue è il primo punto si dirà esser 6, quale si segni sopra il 6 doue è il primo punto à mano manca, il c di 6, è 216, che cauato da 276 resta 60, al quale s'aggiunga 7 num., che segue, e fà 607, dal quale si caui il prodotto del q di 6, che è 36 via 10 num. delle q, e fà 360, e resta 247, à questo s'aggiungano l'altre due lettere, che seguono 68, e fà 24768. Per formar la seconda figura si tripli il quadro della prima figura, e fà 108, di poi si tripli l'istesso 6, che fa 18, e si mette vna lettera più auanti verso man dritta, di poi si mette sotto il 18, 420, che è fatto dal duplo di 6 prima figura via 10 num. delle q, e si chiama *Planum expletionis*, finalmente si mette il 10 num. delle q, e Coefficiente, e sommati tutti assieme fanno 12190, & è partitore, che nel num. auanzato 24768 entra 2, & è la seconda figura, dal qual num. cioè 247 primi num. à mano manca si caui il triplo del quadro di 6 prima figura via 2 seconda figura, che è 216, e resta 71, al quale si giunga 6 num., che segue, e fa 316, dal quale si caui il triplo di 6 prima figura via il q di 2 seconda figura, che fà 72, e resta 244, al quale s'aggiunga 8 vltimo num., e da quest'vltimo si caua 8 c di 2 seconda figura, e resta 2440, da 244 si caui il duplo di 6 prima figura via 10 num. delle q, il quale fà 120, e questo si moltiplichi via 2 secõda figura, e fa 240, e resta 4, al quale gionto o vltimo num. fa 40, dal quale si caui il prodoto del quadro di 2 seconda figura via 10 num. delle q, che fà 40, e resta o, e 62 vale

1 N, & è il numero, che si cerca.

C — q = num.

Perche quest'vguaglione non e differente in altro dalla sopradetta se non che il prodotto di q in questa s'aggiunge, e nella precedente si caua, la tralasserò, e verrò a q — c = num., che fà qualche difficultà per l'ambiguità delle due r, che può hauere.

	3 0	
Sia 57 q — 1 c = 24300.		Si punta il num. vno
9	. .	si, e due nô incomin-
——	27	ciandosi à mano drit-
513	——	ta; perche la dignità
	513	maggiore è c, & hauẽ-
	513	do dua punti la r è cõ-
	——	posta di 2 figure, e non
	000	vol dir altro questa

vguagliatione, che si troui vn num. dal prodotto del quadrato del quale via 57 cauato il c del num. da trouarsi resti 24300. Si caui la r c di 24 doue è il primo num. à mano manca, & è 3 quale si segna sopra al 4 doue è il punto, il suo cubato è 27, quale si metta sotto 24, e si sommi: perche il c è —, e fa 51, si tiri giù il 3, che segue, e fà 513, dal quale si caui il prodotto del quadro di 3, che è 9 via 57 num. delle q, e fà 513, e resta o, e restando oo soli l'altra figura sarà o, si che 30 vale 1 N, & è il num. che si cerca.

E perche la dignita maggiore è — questa vguagliatione ha dua r vna maggiore, e l'altra minore, la minore, è 30; per saper quanto sia la maggiore si quadri 30,

dri 30, e fà 900, e per questo si parta 24300 num., e viene 27, il qual 27 si troua anco se da 57 num. delle q si caua 30 lato minore, & il 27 è il terzo num. di 3 num. in continua proportione, e la r maggiore sarà la somma del secondo, e terzo, e la r minore sarà la somma del primo, e secondo.

*S*e volemo trouare quanto sia il primo, e secondo num. delli tre proportionali facendo ambidua 30. dicasi il primo essere *1* N, il secondo sarà 30 — 1 N, & il terzo sarà 27. il prodotto del primo via il terzo, è vguale al quadrato del secondo, però sarà 27 N = 900 — 60 *N* —* 1 q che traspiantati viene.

1 2 87 N — 1 q = 900. 2 . . —— 1 174 —— 100 87 —— 130 4 —— 170 4 —— 174 174 ——	e 12 vale 1 *N*, & è il primo nu. che cauato da 30 resta 18 per il secondo, che saranno tre nu. proportionali 12:18. 27, e perche habbiamo detto la radice maggiore essere il composto del secondo, e terzo 18, e 27 fa 45, per la radice maggiore. Si può anco trouare il secondo con vn'altra positione dicendosi che il secondo sia 1 N, il primo sarà 30 — 1 N, & il terzo 27, che moltiplicat il primo via il terzo, e quadrato il secondo fà 810 — 27 N = 1 q. traspiantati si fa 1 q —* 27 N = 810.

			18
Sia	1 q + 27 N		= 810.
	2	2	. .
	27	8	1
	—	—	—
Partitore	47	16	71
	—	—	27
	8	27	——
	8	8	440
	—	—	16
	64	216	——
			280
			64
			——
			216
			216
			——
			. . .

S'opri secondo, che è stato insegnato à suo loco, e si trouarà, che 1 N vale 18, & è il secondo num., il quale cauato da 30 resta 12 per il primo num., e sommato con il terzo che è 27 fà 45 per la r maggiore: la quale si può anco trouare se si metterà per il composto del secondo, e terzo 1 N, se dal quadrato di questo che è 1 q, si cauarà il prodotto di 27 terzo nu: via 1 N composto del secondo, e terzo, resti il prodotto di 27 vltimo termine, o terzo via il composto del primo, e secondo, che è 30, che farà 810, e però haremo.

			45
	1 q − 27 N		= 810.
	8	8	. .
	27	5	108
	—	—	——
Partitore	53	40	189
	=	—	16

Credo basterà hauer posta tutta l'operatione di questa estrazione di r, & credo ch'ogn'vno ch'harà letto con atten-

27	5	290
5	5	135
—	—	——
135	25	425
		40
		——
		25
		25
		——
		..

attenzione l'operatione di questa sorte harà inteso, che questa vguagliatione non vol dir altro, che si troui vn num. dal quadrato del quale cauato il prodotto di 27 num. de N via il detto num da trouarsi resti 810, il qual num. s'è trouato essere 45, e questo è il valore di 1 N, e la r maggiore.

E per il contrario se si sapesse la maggior', e si volesse sapere la r minore, parimente si parta il numero 24300, per il quadrato di 45, che è 2025, e viene 12 per il primo num. delli 3 proportionali, il quale 12 si troua anco se da 57 num. de N si caua 45 r maggiore. Se 12 è il primo num. la somma del secondo, e terzo è 45 presupposto questo, dicasi, che l'altra r, che sara la somma del primo, e del secondo num. delli 3 proportionali sia 1 N, si che verrà l'vguagliatione 1 q — 12 N = 540 prodotto di 12 primo num., e di 45 somma del secondo, e del terzo, che facendosi l'operatione conforme le regole verrà 30 per il valore di 1 N, e sarà la r minore, che si cerca, e questa e la somma del primo, e secondo num. delli 3 proportional, che sono 12: 18: 27, che ogn' vno ne potrà fare la proua.

```
             3 0
1 q — 12 N = 540.
12    3       . .
 3    3       36
 —    —       —
36    9       90
              9
              ——
              .00
              00
              ——
              . .
```

E questo basti circa l'vguagliatione di c, e N = num., e di c, e q = num. resta vediamo di c, e q, e N = nu. con la variatione di +, e di —, s'auuertano con diligenza perche con queste regole, e modi si può procedere in altri simili.

C + q — N = num.

```
                          5 2
Sia 1 c + 12 q + 8 N = 173472.
   5    25   5               . .
   5    —    —.           125
   —   300   40           ———
  25    5    —            .484
   5    5   12  8         300
   —    —   10  2         ———
125.25      —   —         1847
   —    3  120 16           40
   5    —    2            ———
   5   75   ——           18072
   —    2  240            150
  25    —        —        ———
   3   150       12      .307
   —    —         4        60
```

Volẽdo noi estraher la r di questa sorte d' vguagliatione, si punti il num. vna lettera si, e dua nò, incominciandosi a mano dritta, e andandosi verso manomã ca, si che il primo

75	5	48	2472	primo punto à
15	3		8	mano manca
120	—		——	sarà sotto il 3
12	15		2464	di 173, la rc
8	4		240	del qual num.
——	—		——	sarà 5, quale si
Part.8870	60		..64	scriua sopra il
	—		84	detto 3 doue è
	2		——	il punto, e sot-
	2		16	to si metta il
	—		16	cubato di 5,
	4		——	che è 125, che
	2		..	cauato da 173
	—			resta 48, à que
	8.			sto s'aggiunga

4 num. che segue doppo il 3, e fà 484, dal quale si caui il prodotto del quadrato di 5 prima figura, che è 25 via 12 num. di q, e fà 300, e resta 184 à questo s'aggiunga 7 num., che segue, e fà 1847, dal quale si caui il prodotto di 5 prima figura via 8 num. de N, e fa 40, e si metta sotto il 47 di 1847, e resta 1807, à questo s'aggiunga il 2 vltimo num., doue è il secondo punto. E per formare, ò trouare la seconda figura si tripli il q di 5 prima figura, e fa 75, di poi si tripli il detto 5, e fà 15, e si metta vna lettera più auanti, poi si dupli il detto 5, che è 10, e si moltiplichi via 12 num. di q, e fà 120, e si metta alla dirittura del 15, à questo s'aggiunga 12 num. di q vna lettera più auanti, e sotto il 2 di 11 si metta 8 num. de *N*

come si vede, e sommati tutti assieme fanno 8870, & è il partitore di 18072 num. auuanzato, & entra 2 per la seconda figura.

Prima dal nu. auuanzato si caui il triplo del quadro di 5 prima figura, che fà 75 via 2 seconda figura, e fà 150, che cauato da 180 resta 30, à questo s'aggiunga 7 num., che segue, & è 307, e da questo si caui il triplo di 5 prima figura, che è 15 via 4, q di 2 seconda figura, e fà 60, e resta 247, a questo s'aggiunga 2 vltimo num., che fà 2472, e da questo si caui 8, c di 2 seconda figura, e resta 2464, dal quale si caui il prodotto del duplo di 5 prima figura via 12 num. di q, che fà 120 via 2 seconda figura, che fà 240, e resta 6, e questo s'aggiunga 4 num., che segue, e fà 64, dal quale si caui il prodotto del q di 2, che è 4 via 12 num. di q, e fà 48, e resta 16, dal qual cauato il prodotto di 8 num. di *N* via 2 seconda figura, che fà 16, e resta 0, e 52 vale 1 N, il cubato del quale se si sommarà con il prodotto del suo quadrato via 12, e con il prodotto di 52 via 8 farà 173472.

E così si potrà procedere, se vi fosse il segno di tanto del c, quanto del q, e del N, de quali esattamente, e con ogni diligenza se ne tratterà nel Teatro con tutte le variationi, che possono accadere, trà tanto inuocato il Diuino aiuto mi trasferisco alla solutione de Quesiti persuadendomi per sciorli basti questa poca introduttione, non pretendendo in questo loco altro, che accennare.

Que-

Quesito Primo.

LA r q di 4 q cc -+ 12 qq c -+ 25 cc -+ 44 q c -+ 46 qq -+ 40 c -+ 25 q = 969514. Si desidera la r q di questo Settinomio, e quanto sia 1 N.

Questo si chiama quesito Analitico non bisognando cercar num. alcuno, mà solo risoluere la compositione in componente: però prima trouueremo la r q, e poi il valore di 1 N.

A puntarlo, come si puntano i numeri vno sì, & vno nò, incominciandosi à mano dritta ci vengono quattro punti, e però è fatto di 4 figure, & è rationale per i requisiti insegnati à suo luogo, & à puntarlo al modo nostro incominciandosi a mano manca, puntando dua continui, e poi vno nò, & vno sì, parimente ci vengono 4 punti, e resta vn num. condignità nel fine senza punto, si può cauare questa r q in trè modi, prima, come da numeri, come s'è insegnato à suo luogo, secondo puntato a mano manca dua sì, &c. del quale pure sè n'è insegnato il modo, terzo si si caui la r q di 4 q cc primo num. *à* mano manca, & è 2 qq, perche la r q di 4 è 2, e la metà di 8 esponente di q cc è 4 esponente di qq, per trouare il secondo si dupli 2 qq, e fà 4 qq, per il quale si parta 12 qq c, e viene 3 c, perche 4 in 12 entra 3, e cauato 4 esponente di qq da 7 esponente di qq c, resta 3 esponente di c. Dipoi si caui la r q di 25 q, vltimo num.

num., & è 5 N, si dupli e fà 10 N per il quale si parta 40 c, viene per il terzo num. 4 q, & il quarto è 5 *N*, e per esser tutti + si giongano insieme fanno per il lato 2 qq + 3 c + 4 q + 2 *N*, e perche questa r q era vguale al num. haremo 2 qq + 3 c + 4 q + 5 N = 969514, la dignità maggiore è qq però il num. si deue segnare vno sì, e tre nò, e perche è 2, e non si può fare l'estrattione se non è 1 si partano tutti per 2 num. di qq, è viene $1\ qq + \frac{3}{2}\ c + 2\ q + \frac{5}{2}\ N = 484757$, e perche ci vengono i rotti bisogna ricorrere all'isomenia, e verrà.

$$1\ qq + 3\ c + 8\ q + 20\ N = 77561\overset{5}{1}\overset{2}{2}$$

```
  125      25      5           .  .
  ---     ---     ---         625
  375     200     100        -----
 -------------------          1506
      25     5 | 75  15 |      375
 125   6     4 |  3   3 |    -----
   4  ---  --- | ------ |     11311
 ---  150   20 |225  45 |      200
 500 ---------------         -----
 150        10               111111
   20        8                 100
 225        --               -----
   45       80               1110112
    3  ------------           1000
   80      500     150       -----
                               8  2
```

```
        8     2       4           1101
       20    ---     ---           600
  ---------  1000    600          -----
   538981   -----------           5011
 Partitore     20     2            160
 ----------     8     2          -------
    80  8    -----------          48512
     2  4    160      4              16
  ---------  ---      4          -------
   160  32   225      -           48496
               2     16            450
             ---      -          -------
             450     45    3       .349
             ---      4    8        180
              20      -    -     -------
               2    180   24       1696
             ---------------         24
              40                  ------
                                   1672
                                   160
                                  ------
                                    ..72
                                     32
                                  ------
                                     40
                                     40
                                  ------
                                     ..
```

Segue

Segue in questo loco per maggior dignità qq, la quale di quante combinationi può essere fù visto di sopra.

Si punti il num., hauendosi à cauare la r qq vno sì, e tre nò incominciandosi à mano dritta sotto il 2, e l'altro verrà sotto il 5, però si vedrà quanto sia il lato qq, di 775, che è 5, quale si scriua sopra il 5, doue è il primo punto à mano manca, il qq di 5 è 625, che cauato da 775 resta 150, à questo s'aggiunga il 6, che segue, e fà 1506, dal quale si caui il prodotto del c di 5 prima figura, che è 125 via 3 num. di c, e fà 375, e resta 1131, à questo s'aggiunga 1, che segue doppo il 6, e fa 11311, dal quale si caui il q di 5 prima figura, cioè 25 via 8 num. delle q, e produce 200, e resta 11111, à questo s'aggiunga 1 che segue fà 111111, e da questo si caui il prodotto di 5 prima figura via 20 num. de N, che è 100, e resta 111011, à questo s'aggiunga 2 vltimo num., e fà 1110112. Per formar la seconda figura.

Prima si quadrupli il c di 5 prima figura, e fà 550, secondo si sessupli il q di 5 prima figura, e fà 150, e si mette vna lettera più auanti, terzo si quadrupli 5 prima figura, e fa 20, e si mette vna lettera più auanti, come nell'operatione si vede, del num. ne resta vna, perche ancora se ne deue cauare la qq della seconda figura.

Di poi si tripli il q di 5 prima figura, e fà 75, e si moltiplichi via 3 num. de c, e fa 225, quale si metta sotto il 2 di 20, secondo si tripli il 5 prima figura, che

che fà 15, e si moltiplichi via 3 num. de c, e viene 45, e si metta vna lettera più auanti, terzo si metta il 3 num. de c più auanti di 45.

Poi si dupli il 5 prima figura, che fà 10, e si moltiplichi via 8 uum. delle q, e fà 80, e si mette sotto il 45, poi s'aggiunga l'8 numero del q vna lettere più auanti.

E finalmente si metta 20 num. de *N* mettendo il o de 20 sotto l'8, e si sommano tutti questi prodotti assieme, e fanno 538981, che in 1110112 entra 2, il quale si mette sopra il 2 vltimo num. doue è il punto. Ciò fatto per la r qq.

Prima si caui il quadruplo del c di 5 prima figura via 2 secõda figura, che è 1000, e si mette sotto 1110, hauendo questa r qq quattro prodotti, e resta 110, à questo s'aggiunga 1, che segue, & è 1101.

Da questo si caui il prodotto del sesuplo del q di 5 prima figura via il q di 2 seconda figura, che è 600, e resta 501, *à* questo s'aggiunga 1 num., che segue, & è 5011, e da questo si caui il quadruplo di 5 prima figura via il c di 2 seconda figura, e *fà* 160, e resta 4851, *à* questo s'aggiunga 2 vltimo num. c fa 48512, e da questo si caua 16, qq di 2 seconda figura, e resta 48496.

Da questo per la r c prima si caua il triplo del q di 5 prima figuria via 3 num. de c, che è 225 via 2 seconda figura, e fà 450, che si mette sotto il 484, hauendo la r c tre prodotti, e resta 34, à questo s'aggiunga il 9 num., che segue, e fà 349, da questo si caui il

triplo di 5 prima figura via 3 num. de c, che è 45 via 4, q di 2 seconda figura, che fà 180, e resta 169, al quale si giunga 6 vltimo num., che sarà 1696, e da questo si caui il prodotto del c di 2 seconda figura, che è 8 via 3 num. de c, e fà 24, e resta 1672.

Dal quale si caui per la r q il prodotto del duplo di 5 prima figura via 8 num. delle q, che è 80 via 2 seconda figura, e fà 160, e resta 7 à questo s'aggiunga il 2 vltimo num., e fà 72, e si caui il prodotto di 4, q di 2 seconda figura via 8 num. delle q, che fa 32, e resta 40. Dal quale finalmente si caui il prodotto di 2 seconda figura via 20 nu. de N, che fa 40, e resta o.

Si che viene 52, mà perche il qq, maggior dignità, ò Potestà era 2 quale fù oprato nell'Isomeria si parta 52 per 2, e viene 26, e 26 vale 1 N num. che si cerca.

Tanto dell'estratione della r de num. con dignità, quanto dell'inuentione del valore di 1 *N* se ne può far la proua, la quale per breuità, & acciò il lettore habbia d'affattigarsi si tralascia.

Quesito Secondo.

LA r q di 9 cc — 24 qc + 46 qq — 40 c — r q 180 c + 25 q + r q 320 q — r q 500 *N* + 5 = 94368 — r q 6. si desidera la r q, & il valore di 1 N.

Douendosi puntare questo noninomio s'auuerta, che li dui numeri segnati con la dignità c seruono per 1, com'anco quelli, che sono segnati con la di-

gnità

gnità q, e però ſi ridurrà à ſettinomio, e puntato nel-l'vno, e l'altro modo, come di ſopra, harà 4 punti contraſegno, ch'è fatto di 4 figure, o 4 numeri, e ſi può cauare queſta r in 3 modi, il primo come ſi caua de numeri, il ſecondo quando ſi puntano i dua primi numeri à mano manca, de quali ſe n'è trattato à ſuo loco, terzo ſi caua come nel precedente queſito; però la r q di 9 cc è 3 c, il quale duplato fà 6 c per il quale ſi parta — 24 q c, e viene — 4 q per la ſeconda figura di poi ſi troui la quarta figura, che è pigliar la r q di + 5 vltimo num., mà ben che ſia + quando gli precede vn num., che è —, come in queſto caſo ſi ſegna —, & è — r q 5, per eſſer fatto di — via —, che fà +, e però + doppo — dice + meno, il quale ſi dupli, e fà — r q 20, per il quale ſi parta — r q 500 N, e ne viene + r q 25 N. perche à partire — per — vien +, e la r q di 25 è 5 N per il terzo num., che gionti tutti quattro aſſieme fanno 3 c — 4 q + 5 N — r q 5 = 94368 — r q 5, che riſtorato il — viene 3 c — 4 q + 5 N = 94368. Si partano tutti per il 3 del c, che è maggior dignità, viene

$$1\,c - \frac{4}{3}\,q + \frac{5}{3}\,N = 31456,$$ e per l'Iſomeria, della quale à ſuo loco ſe n'è trattato à baſtanza haremo

$$1\,c - 4\,q + 15\,N = 849312$$

$$\begin{matrix} 243 & 72 & & \\ 27 & 4 & 729 & \end{matrix}$$

(sopra 849312 sono scritti 9 e 6, con punti sotto le cifre)

```
        15 724   9. 6. 9. 9 6         1203
   ------        9. 6. 9. 3 6          324
   24585        -------------------------
     724        18. 36. 81. 27. 36   15271
   ------        4.  4.  3. 36.  6     135
Part.23861      -------------------------
               72. 144. 243. 162. 216. 151362
               6          6.81          432
               ----------------------------
               432.   1458. 972. 15.   155682
                                  6       144
                                  -    ------
                                 90    155826
                                        1458
                                       ------
                                       .1002
                                         972
                                       ------
                                       ..306
                                         216
                                       ------
                                         .90
                                          90
                                       ------
                                          00
```

Puntato il num. vno sì, e dua nò, perche la maggior dignità è c vengono dui punti, però questa r è di 2 figure, il primo à mano manca casca sotto il 9 di 849, la r è 9, e si segni sopra il 9 doue è il punto, & il suo

il suo cubato, che è 729 cauato da 849 resta 120, à questo s'aggiunga il 3 num., che segue, e fà 1203, con il quale si sommi il prodotto del quadrato di 9 prima figura via 4 num. delle q, perche è —, e fà la somma 1527, à questo s'aggiunga 1, che segue, e nu. penultimo, e fà 15271, dal quale si caui il prodotto di 9 prima figura via 15 num. de N, che è 135, e resta 15136, al quale num. s'aggiunga 2 vltimo num.

Per formar la seconda figura si tripli il q di 9 prima figura, e fà 243, secondo si tripli 9 prima figura, e fà 27, e si metta sotto vna lettera più auanti, sotto 27 si metta 15 num. de *N*; mà vna lettera più auanti, e si sommino insieme: perche sono tutti +, di poi si dupli 9 prima figura, e si moltiplichi via 4 nu. delle q, e fà 72, doppo questo si metta vna lettera più auãti il 4 num. delle q, che sommati assime fanno 724, & è —, che cauati da 24585 resta 23861 per il partitore, e differenza, il qual num. entra in 15136 num. auuanzanto 6 volte, & è la seconda figura, la quale si segna sopra il 2 vltimo num.

E prima s'aggiunge, perche è — il prodotto del duplo di 9 prima figura via 4 num. di q che fa 72 via 6 seconda figura, e fà 432, che sommato con 15136 fà 15568, à questo s'aggiunga 2 vltimo num., e fà 155682, & à questo s'aggiunga il prodotto di 4 num. di q via 36, q di 6 seconda figura che è 144, e somma 155826.

Di poi si tripli il q di 9 prima figura via 6 secõda figura, che fà 1458, che messo sotto 1558 resta 100, à questo

questo s'aggiunga il 2, che segue, e fà 1002, dal quale si caui il triplo di 9 prima figura via 36, q di 6 seconda figura, e fa 972, e resta 30, a questo s'aggiun-6 vltimo num., e fa 306, e da questo si caui 216, c di 6 seconda figura, e resta 90, dal quale finalmente si caui il prodotto di 6 seconda figura via 15 num. de *N*, che è 90, e resta 0, si che 96 è il lato di questa vguagliatione, mà perche il c, che era la dignità maggiore era 3, e per questo 3 s'è fatta l'Isomenia si parta 96 per 3, e viene 32 per il valore di 1 N, che si cercaua.

Quesito Terzo.

La r c di 125 ccccc − 225 qq ccc + 435 q ccc − 387 ccc + 348 qq c − 144 q c + 64 c = 25736304.

*S*i dica quanto sia la r c, & il valore di 1 N. Puntato questo Settinomio, ò incominciandosi à mano dritta, e lasciandone dua, come si puntano i numeri senza dignità volendosi cauar la r c, ò puntandosi al nostro modo li dua primi *à* mano manca sempre ci vengono tre punti, e però questa r c è di 3 figure, ò numeri, quali si possono trouare con i modi da noi insegnati di sopra, hora per più breuità ne seruiremo del più facile, e più sbrigatiuo; che è che si pigli la r c. del primo num. che è 125 ccccc, il lato c di 125 è 5, & vn terzo di 15 esponente di ccccc è 5 esponente q c, e però il lato è 5 q c, poi si caui la

r c. di

r c. di 64 c. vltimo num., che è 4 N per il terzo.

Il secondo si può trouare in dua maniere, prima si tripli il quadro del primo lato, che sarà 75 qq cc, con il quale si parta — 225 qq ccc, il 75 in 225 entra 3, e cauandosi da 13 esponente di qq ccc, 10 esponente di qq cc resta 3 esponente di c, e verrà — perche à partire — per ✶ viene —, e sarà la seconda — 3 c. si può anco trouare cō la terza figura, che è 4 N, il suo quadrato è 16 q triplato fà 48 q, per il quale si parta — 144 q c, e vien parimente — 3 c, e però il lato sarà 5 q c — 3 c ✶ 4 N = 25736304. Che per trouare il valore di 1 N, si partano tutti per 5 num. della maggior dignità, e viene.

$$1\,qc - \frac{3}{5}c + \frac{4}{5}N = \frac{25736304.}{5}$$

E con l'Isomenia verrà 1 1 0

1 q c — 15 q ✶ 500 N = 16085190000

Sono ✶ 5 sono — 45 1. 1. 1. 1 . . .

10 45 5. 10. 10. 5 1

10 15

5 5. 10. 10. 5 06085

500. 4965 15

3. 3

61550 15. 15 61001900

4965 500

45 45: 15

56585 61001400

Partitore di 61051. | entra 1. 45

Nel

```
610464
    45
-------
6105090
     15
-------
6105105
5
----          -
11            1
10            1
----         ----
10            0500
10             500
----          ----
005            ...
  5
----
  01
```

Nel primo haueſſimo nell'vguagliatione qq, & in queſto hauemo q c, che hà 5 per eſponente, ſe voleſſimo ſapere in quanti modi può variare faccianſi, come fù detto di ſopra, 5 termini in continua proportione, incominciando da 1 ſi vada progredendo con la proportion dupla, e ſarà per il primo 1, per il ſecondo 2, per il terzo 4, per il quarto 8, e per il quinto 16, dal quale cauato 1 reſta 15 per il num. delle combinationi. Hora

Hora si punti il num. e si trouarà capire 3 punti contrasegno, che sono 3 figure, e l'vltimo punto cascara sotto l'1 primo à mano mãca, e si vedra quant'è il lato q c, che è 1, e si segnarà sopra, & il q c di 1, che è 1 si segnarà sotto, e si cauarà, e resterà o, si cali giù 6085, e restaranno 6 numeri, e questo perche hauendosi à cauare per ogni punto 3 prodotti per la r c: di poi si cubi 1 prima figura, che è 1, e si moltiplichi via 15 num. de c, e fà 15, e si metta sotto l'85, e perche è — si sommi con 6085, e fà 6100, à questo s'aggiunga 1900 numeri, che seguono, e restino dui soli, perche il N hauendo vn sol prodotto s'hà da cauare solo due altre volte; di poi si moltiplichi 1 prima figura via 500 num. de N, e fà 500, e si metta sotto il 900, e si caui, e resta 61001400, di questi si pigli 61001, doue casca il secondo punto.

Per formar la seconda figura si quintupli il qq di 1 prima figura, che è 5, secondo si decupli il c di 1 prima figura, che fà 10, e si metta sotto il 5 vna lettera più auanti, terzo si decupli il q di 1 prima figura, e fa 10, e si metta sotto l'altro 10 vna lettera più auanti, quarto si quintupla 1 prima figura, e fà 5, e si mette sotto il 10, mà più auanti di poi si metta il 500 num. de N sotto il 5, mà vna lettera più auanti, e perche questi sono tutti + si sommino insieme, e fanno 61550: poi si tripli il q di 1 prima figura, che è 3, e si moltiplichi via 15 num. de c, e fà 45, secondo si tripli 1 prima figura, e si moltiplichi via l'istesso 15 nu. de c, e fà 45, e si mette sotto l'altro 45 vna lettera

più auanti, terzo si metta 15 num. de c vna lettera più auanti, e somati fanno 4965, e perche è — si caua da 61550, e resta 56585 per la differenza, e partitore, che in 61001, num. restato entra 1 per la seconda figura, il quale si segna sopra 1, doue è il secondo punto.

E prima s'accommodi il c, quale per esser — bisogna sommare, e si moltiplichi il triplo, del q di 1 prima figura via 15 num de c via 1 seconda figura, e fà 45, e si metta sotto il 10, che sommato farà 61046, a questo s'aggiunga 4 e fara 610464, secondo si moltiplichi il triplo 1 prima figura via 15 num. de c, e questo prodotto via 1 seconda figura, e fa 45, quale si metta sotto a 64, e fa 610509, a questo s'aggiunga il o, che segue e fa 6105090, e si metta poi sotto il 90, 15 num. de c, e fa 6105105. Per il q c si caui il quintuplo di qq di 1 prima figura via 1 seconda figura, che fa 5, il quale si metta sotto il 6 prima lettera a mano manca, e si caui, e resta 1, a questo s'aggiunga 1 che segue, e fa 11, dal quale si caui il decuplo del c della prima figura via il q di 1 seconda figura, e fa 10, e resta 1, al quale s'aggiunga o, che segue, e fa 10, dal quale si caui il decuplo del q della prima figura via il c di 1 seconda figura, e resta o, si cali il 5, che segue, dal quale si caui il quintuplo della prima figura via il qq di 1 seconda figura, che è 5, e resta o, si cali 1, che segue, dal quale si caui il q c di 1 seconda figura, che è 1, e resta o, si cali 0500, e se ne lasci vno de zeri per la terza figura, e finalmente si caui il prodot-

prodotto di 1 seconda figura via 500 num. de N, e fà 500, che cauato da 500 resta 0000, & à questo aggionto l'altro o saranno 00000, si che la terza figura sarà o, & il valore di questa vguagliatione sarà 110, qual num. partito per 5 num. di q c, & oprato nella Isomeria viene 22 per il valore di 1 N, che si cerca.

Quesito Quarto.

LA r qq di 81 cccccccc — 540 ccccccc + 108 qq ccccc + 1350 cccccc — 540 qq cccc — 1500 ccccc + 54 q cccc + 900 qq ccc + 625 cccc — 180 q ccc — 500 qq cc + 12 ccc + 150 q cc — 20 cc + 1 qq = 573239832, si desidera la detta r qq, & il valore di 1 N.

Hauendosi à cauare la r qq di questo num. composto con dignità se s'incomincia à puntare a mano dritta si punta vno sì, e trè nò, e se s'incomincia à mano manca si puntano li dua seguiti, e poi se ne lasciano tre, e doppo l'vltimo punto ne deuono restare tre non puntati, però questo num. harà tre punti contrasegno, che è fatta di tre figure, e si può cauare in tre modi, il primo come da num. assoluti, il secondo per il nostro modo, quali sono stati da noi sopra insegnati esattamente, in questo loco la cauaremo per più breuità per il terzo, che è pigliare la r qq del primo, & vltimo num., e con questi trouare la seconda figura, ò secondo num., la r dunque qq d'81. è 3, & vn quarto di 24 esponente di cccccccc è 6 esponen-

ponente di cc però sarà 3 cc, la r qq di 1 qq vltimo num. sarà 1 *N*, perche la r qq di 1 è 1, & vn quarto di 4 esponente di qq è 1 esponente di *N*, e $+$ 1 N sarà la terza figura.

Per trouar la seconda con la prima, che è 3 cc si c, e fà 27 cccccc, quale si moltiplichi per 4, e fà 108 cccccc, per il quale si parta $-$ 540 ccccccc, e viene entrando 108 in 540, 5, e cauandosi 18 esponente di cccccc da 21 esponente di ccccccc resta 3 esponente di c, e viene per la seconda figura $-$ 5 c, perche à partire $-$ per $+$ vien $-$, e questa seconda figura si può anco trouare con il terzo, quale hauemo trouato esser $+$ 1 N, quale cubato fa 1 c, quadruplato fa 4 c, e per questo si parta $-$ 20 cc viene $-$ 5 c come fù trouato per il primo, e 3 cc $-$ 5 c $+$ 1 N è la r qq del sopradetto plurinomio, e 3 cc $-$ 5 c $+$ 1 N $=$ 573239832, hora si faccia il parabolismo diuidẽdosi tutti per 3 num. de cc maggior dignità, e viene

$$1\ cc - \frac{5}{3}\ c + \frac{1}{3}\ N = 191079944$$

, e per l'Isomeria viene 1 cc $-$ 45 c $+$ 81 N $=$ 1392972279176.

E perche quest'Isomeria è ingegnosa (Isomeria significa propriamente Equilibrio) essendo le dignità assai lontane vna dell'altre, e perche il c è lontano dal cc 3 dignità cioè q c, qq, e c, & il 3 è esponente di c si ridurrà il 3 partitore a c, e sarà 27, qual moltiplicato per 5 denumeratore de 5 terzi fà 135, partito per 3 denominatore, e partitore vien 45, che sarà

sarà $- 45$ c, e perche il *N* è lontano da cc 5 dignità cioè q c, qq, c, q, e N, & essendo il 5 esponente di q c riducendosi 3 à q c fà 243, che moltiplicato per 1 numeratore di $-\frac{1}{3}$ N fà 243, quale partito per 3 denominatore d'vn $-\frac{1}{3}$ N viene $+ 81$ N: il num. poi si moltiplicarà per 728 cc di 3 partitore, e viene 139297279176, & haueremo come si è detto.

$$1\ cc - 45\ c + 81\ N = 139297279176$$

+	−	
100842	6615	117649
36015	945	21648279
6860	45	15435
735	670995	2166371417
42		567
81		21663708506
+ 104512840001		13230
− 670995		2166503150
104506130006		3780
Differenza, e Partitore.		21665069306
		360
		via

7 via 7 49 — 7 via 3 21 — 16807, via 6 — q c di 7

via 3
147
via 45
735
588
6615
via 2
13230 primo

via 45
945
via 4
3780 sec.
45
via 8
360 terzo

100842
via 2 sec. fig. 201684
201684 primo
2401:qq di 7.
via 15
36015
via 4, q di 2.
144060 secondo

21665069666
201684
·149666
144060
··56069
54880
·11896
11760
··1366
1344
··226
64
162
162
···

343 c di 7.
via 20
6860
via 8 c di 2.
54880 terzo

7
via 6
42
via 32 qc di 2.
1344 quinto

49 q di 7.
via 15
735
via 16 qq di 2.
11760. Quarto.

64 cc di 2 sec.fig.

81 num. de N.
via 2 seconda figura.
162.

Troua-

Trouata la r qq del sopradetto Plurinomio, e trouata la sopradetta vguagliatione, resta di trouare il valore di 1 *N*: & essendo la maggior dignità cc si ponti l'vltimo num. à mano dritta, e lasciandone 5 non puntate l'altro punto casca sotto il 7, si che non capendo questo num. se non dui punti sarà fatta di 2 figure, si veda hora quanto sia il lato cc di 139297, doue è il primo punto, e sarà 7, e si metta sopra il nu. doue è il pũto, e sotto si metta il cc di 7, che è 117649 qual cauato di sopra resta 21648, à questo s'aggiungano 279 nu. che seguono, e fanno 21648279, al qual num. s'aggiunga; perche è — il prodotto del c di 7 prima figura via 45 num. de c, che è 15435, e fà per la somma 21663714, & à questo s'aggiunga 17 num. che seguono, e fà 2166371417, e da questo si caui il prodotto di 7 prima figura via 81 num. de N, che è 567, e resta 2166370850, & a questo s'aggiunga l'vltimo num. che è 6, e sarà 21663708506.

Per formar la seconda per la r cc si sessupli il q c di 7 prima figura, e fà 100842. Secondo si quindecupli il qq di 7 prima figura, e fà 36015, quale si mette sotto vna lettera più auanti verso man dritta. Terzo si vintupli il c di 7 prima figura, e fa 6860, qual si mette sotto vna lettera più auanti. Quarto si quindecupli il q di 7 prima figura, e fà 735, e si mette sotto vna lettera più auanti. Quinto si sessupla il 7 prima figura, e fa 42, e si mette sotto vna lettera più auanti, & à questi s'aggiunga sotto 81, num. de N vna lettera più auanti, e questi sono tutti +, che

somma-

sommati assieme fanno 1045128400 1. Di poi si tripli il q di 7 prima figura via 45 num. de c, e fà 6615. Secondo si tripli il 7 prima figura, e si moltiplichi via 45 num. de c, e fa 945, e si metta sotto vna lettera più auanti. Terzo si metta sotto l'istesso 45 num. de c vna lettera più auanti, e sommati assieme fanno 670995, quali per esser — si cauino della somma delli sopradetti prodotti, e resta 1045061300 6 per la differēza, e partitore, che nel nu. restato 21663708506 entra 2 per la seconda figura.

E perche in questa eperatione ciè il c, che è — e si deue sommare, prima sommamo questi, e poi caueremo gl'altri; s'aggiunga il triplo del q di 7 prima figura via 45 num. de c via 2 secnoda figura, e fà 13230 e si metta sotto l'antepenultimo nu. e sommato fà 21665031 5, a questo s'aggiunga il 0, che segue, e ci si sommi il triplo di 7 prima via 45 num. de c via 4, q di 2 seconda figura, e fà 3780, che sommato fà 216650693 0, à questo s'aggiunga il 6 vltimo num. e ci si sommi il prodotto di 8, c di 2 seconda figura via 45 numero de c, & è 360, e sommati fanno 21665069666.

Per il cc, prima si caui il sessuplo di q c di 7 prima figura via 2 seconda figura, e fa 201684, quale messo sotto 216650, e cauato resta 14966, à questo, s'aggiunga il 6, che segue, e sarà 149666, dal quale secondo si caui il quindecuplo di qq di 7 prima figura via 4, q di 2 seconda figura, che è 144060, e resta 5606, a questo s'aggiunga il 9, che segue & è 56069,

dal

dal quale terzo si caui il vintuplo del c di 7 prima figura via 8, c di 2 seconda figura, che è 54880, e resta 1189, a questo s'aggiunga 6 num., che segue, e fa 11896, dal quale quarto si caui il quindecuplo del q di 7 prima figura via 16, qq di 2 seconda figura, che è 11760, e resta 136, à questo s'aggiunga 6 num. che segue, e fà 1366, dal quale quinto si caui il sessuplo di 7 prima figura via 32, q c di 2 seconda figura, che è 1344, e resta 22, al quale si aggiunga 6 vltimo nu. e fa 226, dal quale si caui il cc di 2 seconda figura, che è 64, e resta 162, dal qual finalmẽte si caui il prodotto di 2 seconda figura via 81 num. de *N*, che è 162, e resta 0, e 72 è il num. trouato, quale partito per 3 nu. di cc magior dignità, per il quale s'è fatta l'Isomeria viene 24 per il valore di 1 N, che si cerca.

Quesito Quinto.

La r q c di 243 ccccc — 810 qq ccc + 1080 q ccc — 720 ccc + 240 qq c — 32 q c = 98240.

Si desidera sapere quant'è la r q c di questo sessinomio, & il valore di 1 *N*. Si può questa r q c cauare in tre modi, primo come de num., secondo à puntar li dua primi num. à mano manca per il nostro modo insegnati à suo luogo. Hora caueremo la r q c del primo è dell'vltimo, la r q c di 243 ccccc, è 3 c: perche la r q c di 243 è 3, & vn quinto di 15 esponente

di ccccc è 3 esponente di c, e la r q c di 32 q c è 2 N, perche il q c di 32 è 2, & vn quinto di 5 esponente di q c è 1 esponente di N. Siche la r q c è 3 c − 2 N, & è = 98240. Partiti tutti per 3 viene $1\,c - \frac{2}{9} - \frac{N}{63}$ $= \frac{98240}{3}$ e per l'Isomeria 1 c − 6 N = 884160

	243	9	9	6
	27	9	3	6
da	2457.	81	27	36
si caui	6	3	36	6
	24564	243	162	216
		6	81	
		1458	972	

729
15516
54
155700
36
155736
1458
993
972
216
216
. . .

Puntato il num. vno sì, e dua nò per esser la maggior dignità c.

Prima si veda quant'è la r c di 884, che è 9, quale si se-

si segni sopra, e sotto il suo cubato, che è 729, che cauato da 884 resta 155, a questo s'aggiungano 16, che seguono, e fà 15516, & à questo s'aggiunga perche è — il prodotto di 9 prima figura via 6 num. de N, che è 54, e fà 15570 à questo s'aggiunga o vltimo num. Per formar la seconda figura si tripli il q di 9 prima figura, e fà 243, e poi si tripli il 9, e fà 27, e si metta sotto vna lettera più auanti, e si sommino, e viene 2457, e poi si pigli il 6 num. de N, e si metta sotto vna lettera più auanti, e si caui, presupponendoci di sopra o, e resta per la differenza, e partitore di 24564, 155700, & entra 6 per la seconda figura.

Prima si sommi il prodotto di 6 seconda figura via 6 num. de *N*, che è 36, e la somma è 155736.

Di poi si caui il triplo di 9 prima figura via 6 secōda figura, che è 1458, e resta 99, à questo s'aggiunga 3 num. che segue, e fà 993, e da questo si caui il triplo della prima figura via q della seconda, che è 972, e resta 21, à questo s'aggiunga 6 vltimo num. e fà 216, e da questo si caui il c di 6, che è 216, e resta o, e viene 96, quale partito per 3 num. del c, e viene 32 per il valore di 1 N.

Quesito Sesto.

QVesto Sesto Quesito è stato soluto à carte 59. di questo libro, doue si vede tutta l'operatione esattamente.

Quesito Settimo, & Ottauo.

Questi dua Quesiti si lasciaranno per vltimo, e doppo, che si sarà insegnato il modo di cauar molte radici de numeri composti senza dignità.

Quesito Nouo.

Questo quesito è Zetetico, e dice. Trouisi vn num. il cui cubato moltiplicato per 7, & à questo prodotto gionta la moltiplicatione di detto num. da trouarsi via 24, e di questa somma si caui la r q, e si salui. Poi all'istesso num. da trouarsi parimente cubato, e moltiplicato per 28, s'aggiunga il prodotto dell'istesso num. da trouarsi moltiplicato via 96, e di questa somma cauata la r q, e questa radice sommata con l'altra saluata di sopra faccia 936.

Dicasi, che il num., che si cerca sia 1 *N*, il suo cubato sarà 1 c moltiplicato per 7 fà 7 c, & il detto 1 N si moltiplichi via 24 fà 24 N, e sommati fanno 1 c + 24 N. di questi se ne pigli la r q non essendo rationale sarà r q (7 c + 24 N.)

L'Istesso num. cubato è 1 c moltiplicato per 28 fà 28 c, e l'istesso 1 N moltiplicato per 96 fa 96 *N*, e sommati assieme fanno 28 c + 96 N. di queste se ne caui la r q, & è r q (28 c + 96 N.)

Queste dua radici ligate, ò vniuersale si sommino insieme, come à suo luogo hauemo insegnato, cioè, che li num. dentro le parentesi si sommino come se fossero

fossero r q. però sciolta l'vna, e l'altra, che si fa con quadrare ciascheduna.

S sommino le c insieme, e li N insieme il 7 di 7 c, entra in 7, 1. & in 28, 4 la r q di 1 è 1, e di 4 è 2 sommati fanno 3, quadra[illegible] 9 moltiplicato via 7 commun partitore fà 63, e 63 c è la sõma di 7 c, e di 28 c.

Somminsi 24 N, e 96 N. il commun partitore è 6, che in 24 entra 4, & in 96 entra 16, la r q di 4 è 2, e di 16 è 4, sommati fan 6, il suo quadrato è 36, quale moltiplicato via 6 commun partitore, fà 216, e 216 N, e la somma di 24 N, e di 96 N. e perche furno quadrati, se ne ripigli il lato che sarà r q (63 c $+$ 216 N) e questa douea fare 936, e però haremo r q (63 c $+$ 216 N) $=$ 936. Si quadri l'vna, e l'altra parte, & haremo 63 c $+$ 216 N $=$ 876096. e per il parabolismo viene

$$1\,c + \frac{216}{63}\,N = \frac{876096}{63}.$$

Si sghisino lì rotti per 9, e verrà.

$$1\,c + \frac{24}{7}\,N = \frac{97344}{7}$$, & oprata l'Isomeria viene.

$$1\,c + 168\,N = 4769856$$

(with 1 6 8 written above and dots below the digits of 4769856)

3	3	3	6	1
3	6	36	6	———
168	—	—	—	37698
———	18	108	36	168
Part. 498 primo.			6	

142
16 16
———
256
3
———
768
48
168
———
77448 Part. primo.

16
3
———
48

216.
———
16
16
———
256
3
———
768
8
———
6144
———
16
3
———
48
64
———
192
288
———
3072
———
8
8
———
64
8

37530
18 .
———
195
108
———
.873
216
———
65705
1008
———
646976
6144
———
.3257
3072
———
.1856
512
———
1344
1344
———
....

512

512

168
8

1344

Prima si pigli la r c di 4, & è 1 và sopra, & il suo cubato si metta sotto, e si caui, e resta 3, e questo si giongano 7698, e fà 37698, e da questo si caui il prodotto di 1 prima figura via 168 nu. de N, e resta 37530, e s'auuerta, che sotto il 3 è il secondo punto. Per formar la seconda figura si tripla il q di 1 prima figura, e fà 3, e poi si tripla 1 prima figura, e fà 3, e si mette vna lettera auanti, & a questo s'aggiunge 168 nu. de N, vna lettera più auanti, e si sommano assieme, e fanno 498. che nel num. restato entra 6 per la seconda figura, e si caui prima il triplo del q di 1 prima figura via 6 seconda figura, che è 18, cauato da 37 resta 19, s'aggionga 5 ehe, & è 195, dal quale si caui il triplo di 1 prima figura via 36, q di 6 seconda figura, che è 108, e resta 87, à questo s'aggionga 3 che segue, e fa 873, dal quale si caui il c di 6 seconda figura, che è 216, e resta 657, à questo s'aggiunga o 5, che seguano, & fà 65705, e da questo si caui il prodotto di 6 seconda figura via 168 num. de N, e fà 1008, e resta 64697, à questo s'aggionga 6 vltimo num. e fà 646976. Per formare la seconda figura, che sarà la terza.

Prima si tripli il q di 16 prima figura, e fà 768, secon-

secondo si tripli 16 prima figura, e fà 48, e si metta sotto vna lettera più auanti, e poi si metta sotto vna lettera più auanti 168 num. de *N*, e poi si sommino assieme, e fanno 77448, & è partitore di tutto il nu. auuanzato, che entra 8, & è la terza figura, e del detto num. auuanzato 646976 si caui il triplo del q di 16 prima figura, che è 768 via 8 terza figura, e fa 6144, e si caui da 6469, e resta 325, à questo s'aggiũga il 7 che segue, e fà 3257, dal quale si caui il triplo di 16 prima figura che è 48 via 64, q di 8 seconda figura, che è 3072, e resta 185, al quale s'aggiunga il 6, che segue, & vltimo num. e fà 1856, dal quale si caui il c di 6, che è 512, e resta 1344, e da questo si caui il prodotto di 168 num. de *N* via 8 seconda figura, che 1344, e resta 0, e 68 è il num. che viene quale si parta per 7 oprato nell'Isomeria per partitore, e viene 24 per il num. che si cerca, e per il valore dii 1 N, come ciascheduno ne potrà far l'esperienza, e questo basti circa la solutione de 7 quesiti.

Resta per dar compimento alli nostri noue quesiti di soluere il settimo, & ottauo, doue non vá oprata l'Algebra; mà per semplice regola trouata da me se ben soluti anco da altri, me ne vengo à questi, perche si tratta di cauar Radici di più nomi senza dignità, hò pensato per manifestare al Mondo alcune altre mie inuentioni spettanti à queste, d'insegnar prima il modo di cauar la r q, r c, r qq, e r q c, di binomij, e di residui, e poi verrò à trinomij, & anco più oltre, & in queste sciorrò gl'istessi quesiti restati.

Ogn'

Ogn'vno sa ancor, che poco versato in queste discipline il modo di cauare la r q de binomij, e residui insegnate da Euclide nel decimo degli elementi, che è, che dal quadrato del maggior num. si caua il quadrato del minore, del resto se ne caua la r q, e questa si somma, e si caua dal maggior num. del binomio della metà della somma, e del resto si piglia la r q, e se è binomio si sommano assieme, e se è residuo dalla maggiore se ne caua la minore, e questo è il lato. Noi hora insegnaremo vn'altro modo con Algebra, da questo cauato il sopradetto modo.

E con l'esempio per facilitar tanto più l'opera la mostrerò, & insegnarò.

Cauisi la r q di $6 + r\,q\,32$ primo Binomio, si diuida 6 maggior num. in dua tali parti, che moltiplicata vna via l'altra faccia il quadrato della metà del minore, e quello si trouarà sarà il quadrato del lato da trouarsi, se ne pigli poi la r q, e questa sarà il vero lato, e serue per tutte sorti de binomij, e residui.

Diuidasi hora 6. Dico, che vna parte sia $1\,N$, l'altra sarà $6 - 1\,N$, moltiplicata vna via l'altra fa $6\,N - 1\,q$, la metà di $r\,q\,32$, e $r\,q\,8$, quadrata è 8; e però haremo $6\,N - 1\,q = 8$. A suo luogo dicessimo, che quando la Potestà, ò dignità maggiore è $-$ tale vguagliatione ha dua valori per $1\,N$. facciamo l'vna e l'atra.

$$6N - 1q = \begin{array}{ccc} 4 & & 2 \\ 8 & \text{———} & 8 \\ 16 & & 4 \\ - & & - \\ 24 & & 12 \\ 24 & & 12 \\ - & & - \\ 00 & & 00 \end{array}$$

Dicasi il primo esser 4, il cui q, è 16 sommato; per che è —, con 8 fa 24, dal quale cauato il prodotto di 4. via 6 num. de *N*, che è 24, e resta o, e 4 vale 1 N, & è la radice maggiore, la minore si troua con partire per questo maggiore l'8 num. e vien 2 per la radice minore, ò pur facciamo l'operatione, e sia come si vede 6 *N* — 1 q = 8 il lato è 2, il suo quadrato è 4 sommato con 8 fà 12, dal qual cauato il prodotto di questo 2 via 6 num. de *N*, che è 12, e resta o, e 2 vale 1 N: E 4, e 2 sono i quadrati del lato del binomio, si caui dunque la r q dell'vno è dell'altro, e saranno 2, r q 2 si sommino insieme, e fanno per il vero lato 2 ✝ r q 2, e se fosse stato residuo, ò Apotome si sarebbe cauato il minor dal maggior, e sarebbe stato 2 — r q 2.

Secondo Binomio.

Cauisi la r q di r q 48 ✝ *6*.
La maggior parte di r q 48 è 1 *N*, e la minore sarà r q 48 — 1 *N*, moltiplicato vno via l'altro fà r q 48 *N* — 1 q, la metà di *6* è *3*, il suo quadrato è *9*, e però hare-

haremo r q 48 *N* — 1 q = 9, e perche vengono radice si traspiantino, e si riduca da vn canto la maggior dignità, e dall'altro la minore con il num., e verrà.
1 q = r q 48 N — 9 questa hà pur dua radici. La metà di r q 48 è r q 12, il suo quadrato è 12, dal quale si caui 9 num. resta 3 se ne pigli la r q, e viene r q 3 questa s'aggiunge, e si caua da r q 12, e viene r q 27, e r q 3, e questi sono i quadrati del lato, se ne ripigli di ciascheduno il lato, e sarà r qq 27, e r qq 3, si giongano insieme, e faranno r qq 27 + r qq 3, e questo è il vero lato del sopradetto secondo binomio, e se fosse stato Residuo si sarebbe cauata dalla maggiore la minor r, & harebbe fatto r qq 27 — r qq 3.

Terzo Binomio.

Cauisi la r q di r q 50 + r q 48.
Vna parte di r q 50 è 1 N, e l'altra è r q 50 — N, moltiplicato vno via l'altro fà r q 50 N — 1 q, la metà di r q 48 è r q 12 il suo quadrato è 12 però sarà r q 50 *N* — 1 q = 12.
Traspiantisi, è 1 q = r q 50 — 12 la metà di r q 50 è r q 12 $\frac{1}{2}$, il suo quadr. è 12 $\frac{1}{2}$ dal quale si caui 12 resta $\frac{1}{2}$, la cui r q è r q $\frac{1}{2}$ questa sommata con r q 12 $\frac{1}{2}$ viene r q 18, l'istessa r q $\frac{1}{2}$ cauata dall'istessa r q

12 $\frac{1}{2}$ resta r q 8, di ciascheduna se ne pigli la r q, e verrà r qq 18, e r qq 8, gionti assieme fanno r qq 18 ⁺ r qq 8 per il vero lato del sopradetto binomio terzo, e se fosse stato residuo saria stato r qq 18 — r qq 8.

Quarto Binomio.

Cauisi la r q di 6 ⁺ r q 12. Diuidasi 6 in dua parti, il cui prodotto sia 3 quadrato della metà di r q 12. Sia vna parte 1 N, l'altra sarà 6 — 1 N, il prodotto è 6 N — 1 q = 3 si traspianti, verrà 1 q = 6 N — 3, la metà di 6 è 3 il suo quadrato è 9, dal quale si caui 3 numero, e resta 6, la cui r q è r q 6, quale s'aggiunga, e si caui da 3 metà di 6 N. & è 3 ⁺ r q 6, e 3 — r q 6, di ciascheduno se ne pigli la r q, e poi nel binomio si sommi, e nel residuo si sottri, e sarà r q (3 ⁺ r q 6) ⁺ r q (3 — r q 6) lato del detto quarto Binomio, e r q (3 ⁺ r q 6) — r q(3 — r q 6) lato del detto quarto Residuo.

Quinto Binomio.

Cauisi la r q di r q 12 ⁺ 2 s'opri, come nelle precedenti.

Per diuider r q 12. Sarà vna parte 1 *N*, e l'altra r q 12 — 1 N, il suo prodotto è r q 12 *N* — 1 q la metà di 2 è 1, il suo quadrato è 1. e però sarà r q 12 *N* — 1 q = 1 si traspianti viene 1 q = r q 12 N — 1.

La

La metà di r q 12 è r q 3, il suo quadrato è 3, dal quale si caui 1 num. e resta 2, la cui r q è r q 2, e questa si sommi, e si caui da r q 3 metà di r q 12 N, e fà r q 3 + r q 2, e r q 3 − r q 2, si caui la r q di ciascheduno, e verrà per il lato del sopradetto quinto Binomio r q (r q 3 + r q 2) + r q (r q 3 − r q 2), e per il suo residuo r q (r q 3 + r q 2) − r q (r q 3 − r q 2).

Sesto Binomio.

Cauisi la r q di r q 20 + r q 12. Si caui come di sopra 1 N: r q 20 − 1 *N* Il suo prodotto è r q 20 N − 1 q. la metà di r q 12 è r q 3, il suo q è 3, e però haremo 1 q = r q 20 N − 3 la metà di r q 20 è r q 5 il suo quadrato è 5, dal quale si caui 3 num. e resta 2, la cui r q. è r q 2, quale si sommi, e caui per essere il num. meno, da r q 5 metà di r q 20, e verrà r q 5 + r q 2, e r q 5 − r q 2, si caui di ciascheduno la r q, e verra r q (r q 5 + r q 2) + r q (r q 5 − r q 2) per il lato del sopradetto Binomio sesto.

E r q (r q 5 + r q 2) − r q (r q 5 − r q 2) per il suo residuo, e questo basti.

Visto il modo di cauar la r q. de binomij segue, che vediamo il modo di cauar la r c, e mostrerò vn modo pensato da noi, e chi harà visto il modo, che insegna il Bombello, & vn altro insegnato, intendo dire, che io mai hò visto da Simone Steuino potrà far giuditio qual sia il migliore; e perche non si può fare la risolutione, se non si sà la compositione, porrò

pri-

prima il modo di cubare vn binomio di che fortesi sia, lasciando però l'ordinario, che communemẽte da ogn'vno si fa. Hauendosi à cubare 2 ⟶ r q 2. Sappiasi, che il cubato del primo num. di questo binomio ⟶ il prodotto del triplo del q del secondo nome via il primo semplice fà il primo num. del cubato. Et il cubato del secondo ⟶ il triplo del q del primo via il secondo fà il secondo num. del cubato.

Il primo num. del binomio è 2 il suo cubato è 8, il quadro di r q 2, secondo num. è 2 triplato fà 6 questo via 2 primo num. fà 12 sommato con 8 fà 20 per il primo num. del cubato del binomio proposto: Il cubato di r q 2 secondo num. del binomio è r q 8. Il q di 2 primo numero è 4 triplato fà 12, moltiplicato via r q 2 secondo num. fà r q 288: perche il 12 si quadra, e fà 144 per hauersi à moltiplicare via r q, hora si sommino r q 8 cubo di r q 2 con r q 288, partitor 2 viene r q 392, e questo è il secondo num. del cubato, però il cubato di 2 ⟶ r q 2 è 20 ⟶ r q 392. come se ne può far la proua da chi si sia, per il modo ordinario di cubar binomij.

Volendo noi hora cauare la r c di 20 ⟶ r q 392, si troui vn num. cubato, quale cauato da 20 resti il triplo del quadro della seconda figura via la prima semplice, e questo à chi hà vn poco di pratica sarà facilissima, il cubato, che si può cauare da 20 sarà 8. il cui lato è 2, e questo è il primo num. del lato e da trouarsi cauato da 20 questo 8 resta 12.

Dicasi, che il secondo num. sia 1 *N*, il suo quadrato è

cioè 1 q triplato è 3 q moltiplicato via 2 primo numero del lato fà 6 q, e douea esser 12; però sarà 6 q = 12 partito vien 2 la cui r q, perche è q = num. è r q 2 è il secondo num. però il lato è 2 + r q 2, come se ne può fare l'esperienza.

Si può anco per il secondo num. cioè per r q 392 trouare il lato; perciò che se vno sapesse vn sol num. si può trouar l'altro, e trouare il lato, quando però si possa cauare la r c, che si conosce quando dal quadrato del maggior num. del binomio cauato il quadrato del secondo resti num. cubo, come nel presente cauato da 400 quadrato di 20, 392 quadrato di r q 392 resta 8 num. cubo il cui lato è 2.

Per voler dunque per r q 392 trouare il lato è necessario trouare vn num. cubo, che sia communicante con questo secondo, e cauato, resti vn num. che sia il triplo del quadro del primo num. via il secondo. Nel caso nostro sarà r q 8, il cui lato cubo è r q 2 questa r q 8 si caui da r q 392 partitor 2 resta r q 288. Dicasi il primo essere 1 N il suo quadrato è 1 q il triplo è 3 q moltiplicato via r q 2 secondo num. fà r q 18 q, quadrandosi il secondo senza toccar la dignità, & haremo r q 18 q = r q 288, e viene r q 16, cioè 4, e perche è q = nu. se ne caui la r q, e viene 2 per il valore di 1 N, e per il primo num., si che, come prima è 2 + r q 2.

Qui si noti per confirmatione della mia opinione conforme à quella del Bombello, che à moltiplicare vn num. con dignità via r q, si deue solo quadrare il num.

nu. e nō la dignità, se noi quadrassimo l'vno, e l'altro, come nel presente caso hauemo 3 q es'hà da moltiplicare via r q 2, il quadrato di 3 q sarà 9 qq via r q 2 fa r q 18 qq, & haremo r q 18 qq = r q 288, à partir 288 per 18 vien r q 16, & è r q, il cui lato è 4, dal qual 4, essendo qq = nu. bisogna cauar la r q dua volte, la r q di 4 è 2, e la r q di 2 è r q 2, e r q 2 sarebbe il valore di 1 N, & il primo num. del lato, che è falso.

S'auuerta, che se fosse stato residuo il secondo nu. del lato saria parimente stato residuo.

Mà perche è operatione noua, e bella per confirmar la verità, ne metterò due altri esempi vno di r q, e num., e l'altro di r q, e r q, acciò non resti scrupolo alcuno, oprandosi però sempre il medesimo modo, e regola.

Cauisi la r c di r q 1944 + 44.

Diciamo, che il num. che habbia lato cubo sia r q 216, vediamo se è communicante, che sì. Patititore 6 in 216 entra 36, in 1944 entra 324, la r q de 36, è 6 di 324, è 18, cauato 6 da 18 resta 12, il cui q è 144, moltiplicato per 6 commun partitore viene 864, e r q 864 resta, & il primo num. del lato è r q 6. Dicasi il secondo esser 1 *N*, il suo quadrato, è 1 q, triplato fà 3 q, e questo si moltiplichi via r q 6 primo num., e viene r q 54 q = r q 864 num. restato, e v'entra r q 16, che è 4, il cui lato è 2, perche è q = num. e 2 è il secondo num. si che il lato è r q 6 + 2.

S può anco per 44 secondo num. trouare il lato. Dicasi, che il cubato sia 8, il cui lato 2 per il secondo num.

num. cauato 8 da 44, resta 36, però dicasi il primo esser 1 N, il suo quadreto è 1 q triplato fà 3 q moltiplicato via 2 secondo num. fà 6 q = 36, e vien 6, e r q 6 vale 1 N, & è il primo num. e viene l'istesso lato r q 6 ✱ 2.

Cauisi la rc di r q 1350 ✱ r q 1323. Il c, che entra in r q 1350 è r q 216. il cui lato è r q 6 per il primo num. del lato, cauisi r q 216 da r q 1350 partitor 6, quale in 216 entra 36, in 1350 entra 225, la r q di 36 è 6, e di 225 è 15, da questo si caui 6 resta 9, il cui quadrato è 81 moltiplicato via 6 comun partitore, viene 486, e r q 486 è il resto.

Per trouare il secondo num. si dica, che il secondo sia 1 N il suo quadrato è 1 q triplato fà 3 q, si moltiplichi via r q 6 primo num. fà r q 54 q = r q 486 viene r q 9, cioè 3, e r q 3 vale 1 N, & è il secondo nu. si che il lato sarà r q 6 ✱ r q 3.

Per il secondo num. si proceda nell'istesso modo, e verrà benissimo.

Modo di cauar la r qq d'vn Binomio.

Cauisi la r qq di 68 ✱ r q 4608.

Sappiasi, che 68 primo num. è fatto di qq del primo num ✱ il sessuplo di q del primo via q del secondo ✱ il qq del secondo.

Et il secondo num. cioè r q 4608. è fatto del quadrupolo del c del primo via il c del secondo.

Per trouare il primo num. del lato qq di 68 si tro-

 ui vn

ui vn secondo qq, e sia 16, il cui lato qq è 2, e questo è il primo num. e 16 qq di 2 primo num. si caui da 68, e resta 52, quale è fatto del qq del secondo, e del sesstuplo del q del primo via il q del secondo.

Dicasi il secondo essere 1 *N*, il qq è 1 qq, il q di 2 primo num. è 4 moltiplicato per 6 fà 24, e questo via 1 q, q di 1 N secondo num. fà 24 q sommati assieme fanno 1 qq ✢ 24 q = 52. Si trasplanti, perche vien num. inrationale, e verrà

1 qq = 52 — 24 q. *S'*opri la regola.

12	metà di 24
12	
144	quadrato
52	somma.
la r q di 196	
è 14	da questo si caui
12	metà di 24 q.
2	resta.

e r q 2 è il secondo num. Si che il lato qq di 68 ✢ r q 4608 è 2 ✢ r q 2. Cauisi la r qq di 196 ✢ r q 38400. La maggior qq, che si possa cauare da 196 primo num. sarà 36, la cui r qq è r q 6; perche la r q di 36 è 6, e la r q di 6 è r q 6; e però il primo num. del lato qq di questo binomio è r q 6. Per trouare il secondo

num.

num. dicasi il secondo num. essere 1 N, prima da 196 cauisi il qq di r q 6, che è 36 resta 160, quale è fatto del qq del secondo, che è 1 qq del sesuplo del quadro del primo via il quadro del secondo, il quadro di r q 6 primo num. è 6 sesuplato è 36 moltiplicato via il quadro del secondo, che è 1 q. farà 36 q. Sommato con 1 qq, fà 1 qq ✶ 36 q = 160.

Il lato è 2, il cui qq, che è 16 cauato da 160 resta 144, e da questo cauato il q di 2, che è 4 via 36 num. delle q. fà 144, e resta 0, e 2 vale 1 N, che è il secondo num. si che il lato è r q 6 ✶ 2, se si volesse per la regola ordinaria si traspiantino, e verrà

16
144
144
000

1 qq = 160 − 36 q. La metà di 36 è 18, il suo q è 324, à questo s'aggiunga 160 fa 484, la cui r q è 22, da questo si caui 18 metà d 36 q, e resta 4, la cui r q è 2 per il secondo num. come fù visto di sopra.

22	18
18	18
4	324
2	160
	484
	2 2

Cauisi la r qq di 241 ✶ r q 58080. La r qq, che si può cauare da 241 è 36, e cauato resta 205, la r qq di 36 è r q 6, per trouare il secondo num. del lato dicasi esser 1 N, il qq è 1 qq, il quadrato di r q 6 è 6, sesuplato fà 36 via il q del secondo, che è 1 q fa 36 q. sommati assieme fanno 1 qq ✶ 36 q = 205 per la prima regola

 non

non si può fare; perche viene num. inrationale, però si traspianti, e viene 1 qq =205 — 36 q.

La metà di 36 è 18, il cui quadrato è 324, cō questo si sommi 205 fà 529, la cui r q è 23, da questo si caui 18 resta 5, se ne ricaui la r q; & è r q 5. per il secondo num. si che la r qq del sopradetto binomio è r q 6 -+ r q 5.

Mà più facilmente: si caua la r q due volte, come anco se ne può far la proua, che per breuità tralascio.

Modo di cauar la r q c d'vn Binomio.

Quello si dice de Binomij s'intende anco de Residui. Cauisi la r q c di 232 -+ r q 53792.

Non si può fare l'estrazzione di questo numero se non si sa, come sia dal lato composto: però sappiasi, che 232 primo num. del Binomio è fatto.

Della q c del primo num. del lato -+ il decuplo del c del primo num. via q del secondo, -+ il quintuplo del primo num. via qq del secondo.

E r q 53792 secondo numero è fatto del quintuplo di qq del primo via il secondo, -+ il decuplo di q, del primo via il c del secondo, -+ il q c del secondo.

Saputo tutto questo trouisi vn num. q c, che cauato da 232 resti vn num. che sia il decuplo del c del primo num. via q del secondo, -+ il quintuplo del primo via qq del secondo sommati assime.

Però il q c sarà 32, il cui lato è 2 per il primo num. del lato, quale 32 cauato da 232 resta 200: per tro-
uare

uare il secondo num. dicasi essere 1 N. Il cubo di 2 primo num. del lato cubato fà 8 decuplato *fà* 80, questo moltiplicato via il q del secondo, che è *r* q fà 80q.

Il quintuplo di 2 primo num. è 10, il qq del secõdo è 1 qq moltiplicato via 10 fa 10 qq, sommati assieme fanno 10 qq ⁎ 80 q = 200, perche deuono fare 200. si parta questa vguagliatione per 10, e viene 1 qq ⁎ 8 q = 20. Si traspianti, e viene

1 qq = 20 — 8 q. *S*i piglia la metà di 8 q è 4, si quadri fa 16, *à* questo s'aggiunza 20 num. fà 36, di questo se ne pigli la r q, è 6, da questo si caui 4 metà di 8

da *6*	4	
Caua 4	4	
Resta 2	16	
	20	
r q 2 vale 1 N		
& è il secondo num.	36	
	6	

num. delle q, resta 2; e perche è qq, se ne pigli di 2 la r q, & è r q 2, e tanto vale 1 *N*, & è il secondo num. si che il lato q c di 232 ⁎ r q 53792 è 2 ⁎ r q 2.

Si può anco per r q 53792 trouare il lato. Bisogna trouare vna r q che habbia lato q c, e che sia communicante con detto secondo num. e sia di presente r q 32, quale si caui da r q 53792, sia partitore 8. in 32 entra 4, in 53792 entra 6724, la r q di 4 è 2, e di 6724 è 82, da questo si caui 2 resta 80, si quadri *fà* 6400, si moltiplichi per 8 commun partitore *fà* r q 51200, e

tanto

tanto resta; & il q c di r q 32 è r q 2 per il secondo num. dicasi, che il primo sia 1 N, il qq è 1 qq, quintuplato fà 5 qq, e questo si moltiplichi via r q 2 secondo num. e fa r q 50 qq quadrandosi solo il num. senza toccar la dignità, poi si decupli, q del primo, che è 10 q via il cubo del secondo, che è r q 8, che quadrato 10, fa 100 via r q 8 fa r q 800 q sommati fanno r q 50 qq + r q 800 q = r q 51200.

Partiti tutti per r q 50 viene r q 1 qq + r q 16 q = r q 1024, che cauata la r q di ciascheduno nu. viene

2 1 qq + 4 q = 32. 16 —— 16 16 —— 00	La r qq di 32 è 2 si metta sopra, il qq è 16, che cauato da 32 resta 16, dal quale si caui il prodotto del q di 2, che è 4 via 4 num. di q, e fà 16, e resta 0, e 2 vale 1 *N*, è & il primo num., che torna 2 + r q 2, come prima.

O si traspianti, e s'opri il modo ordinario, viene

	1 qq = 32 — 4 q. —— 2 2 —— 4 32 —— 36 la cui r q è 6	Cauandosi solo la r q de numeri senza toccar le dignità.
da 6 si caui 2 —— Resta 4, la cui r q è 2 per il primo num.		E con queste regole si potrà andare in infinito, che tralascio per il mio Teatro Aritmetico.

Modo

Modo di cauar la r q d'vn Trinomio di numero, e r c, ò di r c, e r c.

Cauisi la r q di 4 ✱ r c 128 ✱ r c 4.
In tre maniere si può cauare questa radice prima con cauare la r q di 4 primo num., che è 2, e cauare la r q di r c 4 vltimo num., che è r c 2, e gionti insieme faranno 2 ✱ r c 2, per il lato vero del proposto Trinomio, e se fosse residuo 4 — r c 128 ✱ r c 4. Sarebbe il lato 2 — r c 2: perche se bene si vede ✱ r c 4, è ✱ di —, & è fatto di — via —, che fà ✱.

Il secondo modo è moltiplicare il secondo num. del lato via il doppio del primo, e per questo prodotto partito il secondo num. del trinomio darà il secondo num. del lato.

Cauisi la r q di 4 primo num. che è 2, e si dupli fà 4, e dicasi il secondo essere 1 *N*, moltiplicato via il detto 4 farà 4 N = r c 128. Si cubi 4 num. de *N*, hauẽdo *à* partire r c, e fà 64 per il quale partito r c 128 viene per il valore di 1 *N*, e per il secondo num. del lato r c 2. *S*i che il lato è 2 ✱ r c 2.

Il terzo modo è pigliare la r q di r c 4 terzo num., che è r c 2, e questo si dupli, che *fà* r c 16, perche il 2 si cuba, e fa 8, e dicasi il primo essere 1 N moltiplicato via r c 16 fà r c 16 N = r c 128; partito 128 per 16 num. de N, viene r c 8, la cui r c è 2 per il primo num. del lato, e ritorna 2 ✱ r c 2; come per gl'altri modi.

Modo

Cauisi la r c di *10* ✱ r c *3456* ✱ r c *864*.
E necessario sapere auanti si venga all'estrazzione di simil radice, d'insegnare come sijno prodotti detti tre nomi, e sappiasi che 10 primo num. è fatto del cubato del primo, & del secondo num. del lato da trouarsii che è binomio.

Il secondo num. r c *3456* è fatto del triplo del q del primo via il secondo num. del lato.

Et il terzo num. r c 864 è fatto del triplo del q del secondo via il primo num. del lato.

Però trouereremo questo lato in tre modi, primo diuidendosi in due parti 10, che il triplo del quadro della prima parte via la seconda sia vguale à *3456* cubato di r c *3456* secondo num. del Trinomio.

Sia vna parte 1 N. La seconda serà 10 – 1 *N* il q della prima è 1 q triplato è 27 q: perche essendo cubati gl'altri num. si cuba anco il *3*, che è 27, 27 q moltiplicato via 10 – 1 N, fa 270 q – 27 c ═ *3456*. Si diuidano per 27 num. de i maggior dignita, e viene

8	
10 q – 1 c ═ 128.	La r c è 8, si mette sopra, il suo cubato è 512, che si mette
512	sotto, e si somma; perche è –,
———	e fà *640*, dal quale si caua, il
640	prodotto di *64*, q di 8 via 10
640	num. delle q, e fà *640*, e si ca-
———	ua, e resta o, se da 10 si cauerà 8
000	

restarà

restarà 2 per li cubati del lato, de quali cauata la r c sarà il vero lato; la r c di 8 è 2, e la r c di 2 è r c 2 giõti assieme fanno 2 ✳ r c 2.

Questo 2 cubato del secondo num. si troua in partire 128 per il quadrato di 8, che è 64, e vien 2, si troua secondo a cauar da 10 num. della q questo 8, e resta 2, secondo lo trouaremo con diuidere 10 in dua parti, che il triplo del quadro della seconda parte via la prima faccia 864 cubato di r c 864 terzo num. del trinomio, dal quale si deue cauare la r c.

Però sia la prima parte 1 N, la seconda sarà 10 — 1 N, il quadrato di questo è 100 — 20 N ✳ 1 q triplato cioè moltiplicato per 27 cubato di 3 fà 2700 — 540 N ✳ 27 q, e questo moltiplicato via 1 N primo num. fà 2700 N — 540 q ✳ 27 c = 864. Si partano tutti per 27 num. della maggior dignità viene 100 N — 20 q ✳ 1 c = 32, ò vero

8	
1 c — 20 q ✳ 100 N = 32.	Il lato sarà 8, che si metta sopra; poi si moltiplichi 64, q di 8 via 20 num. delle q, e fa 1280, e si somma con 32, e fà 1312, dal quale si caui 512, c di 8, e resta 800, dal quale si caui il prodotto di 8 via 100 nu. de N, che è 800, e resta 0 per il valore di 1 N, e
1280	
1312	
512	
800	
800	
000	

per

per il primo num., come per il primo modo, l'altra si troua, come s'è detto di sopra.

Terzo si troua il detto lato, (& è da me pochi giorni sono inuentato) con trouare vn comun partitore, che diuida ambidua li cubati di r c 3456, e di r c 684, che è 432, che in 3456 entra 8, & in 684 entra 2. La r c di 8 è 2, e di 2 è r c 2, che somma ti assieme fanno 2 + r c 2 per il lato cubo, come per gl'altri dua modi.

Cauisi la r c di 18 + r c 21600 + r c 17280.

Per il primo modo. Diuidasi 18 in dua parti, e siano la prima 1 N. La seconda 18 − 1 N. Il quadro di 1 N. è 1 q triplato fà 27 q, questo moltiplicato via 18 − 1 N seconda parte fà 486 q − 27 c = 21600 si partano tutti per 27 num. di c maggior dignità. E viene 18 q − 1 c = 800. Questa vguagliatione si chiama Acefalo, cioè senza capo, e bisogna aggiungere vn o in principio, e poi puntare così!

```
            1 0
18 q − 1 c = 0800.
             .  .
             1
            ———
            18
            18
            ———
            ..
```

Dicasi il primo num. essere 1. Il cui cubato è 1 si metta sotto, e si sommi, e fà 18, dal quale si caui il prodotto di 1 q di 1 via 18 nu. delle q, & è 18, e resta 0, la secōda figura per restar 000, sarà 10, si che il valore di *N* è 10, & è il cubato del primo nu. del lato, da 18 si caui 10 resta 8 per il secondo num. si caui di ciascheduno la r c, e si sommino insieme

sarà

farà per il lato r c 10 ✱ 2.

Secondo modo; Dicasi similmente la prima parte di 18 esser 1 N, la seconda sarà 18 — 1 N, il quadrato di questa seconda parte è 324 — 36 N ✱ 1 q si tripli, cioè si moltiplichi per 27 c di 3 fa 8748 — 972 N ✱ 27 q, e questo prodotto si moltiplichi via 1 N prima parte di 18, e viene 8748 N — 972 q ✱ 27 c = 17280. Si partano per 27 num. de c maggior dignità, e viene

1 0

1 c — 36 q ✱ 324 N = 0640. questa pure è Acefalo ci sono due punti, il primo verso man manca, e si dica il lato esser 1, quale si segni sopra, poi si moltiplichi detto 1 via 36 num. delle q, e si metta sotto, e si sommi; perche è —, e fà 42, dal quale si caui il c di 1, che è 1, e resta 32 à questo s'aggiunga 4, che segue, e fà 324, dal quale si caui il prodotto di 1 via 324 num. de N, e fà l'istesso, e resta 0, e restando tutti 0, sarà il valore di 1 N 10, quale cauato da 18 resta 8 per il secondo nu. del lato, & il vero lato è r c 10 ✱ 2. come per il primo modo.

```
 . .
 36
----
 42
  1
----
 324
 324
----
 0000
```

Terzo modo, trouisi vn comun partitore, del cuba

 to di

to di r c 21600, che è 21600, e del cubato di r c 17280 che è 17280, e farà 2160, che in 21600 entra 10, & in 17280, entra 8, che fanno ambidua i quotienti 18, e la r c di ciascheduno è r c 10 -+ 2.

Cauisi la r c di 5 -+ r c 486 -+ r c 324.

Per il primo modo. 1 N. 5 — 1 *N*. Il quadro di 1 *N* è 1 q triplato fà 27 q, moltiplicato via 5 — 1 *N* seconda parte di 5 fà 135 q — 27 c = 486 diuidisi per 27 num. de c maggior dignità viene

3

5 q — 1 c = 18. Il lato è 3 il suo cubato è 27 si mette sotto, e si somma con 18, e fà 45, qal quale si caua il prodotto di 9, q di 3 via 5 num. delle q, che è 45, e resta o, e 3 vale 1 N, & è la prima parte cubata di 5, dal quale si caui 3, e resta 2 si pigli la r c di ciascheduna, e viene per il vero lato r c 3 -+ r c 2.

.
27
—
45
45
—
..

Per il secondo modo. 1 N. 5 — 1 N, il quadro di questo è 25 — 10 N -+ 1 q moltiplicato via 27 cubato di 3 fà 675 — 270 N -+ 27 q, e questo si moltiplichi via 1 N prima parte di 5, e viene 675 *N* — 270 q -+ 27 c = 324 si partono per 27 nu. de c maggior dignità, e viene

3

1 c — 10 q -+ 25 N = 12. Il lato è 3, il cui quadrato, che è 9 moltiplicato via 10 numero delle

.
90

102 delle q fà 90, si mette sotto il 12, e
27 si somma è fa 102, dal quale si caui
— il cubo di detto 3, che è 27, e resta
75 75, dal quale si caui il prodotto di
75 3 via 25 nu. de *N*, e fà 75, e resta 0,
— e 3 vale 1 N, quale cauato da 5 re-
•• sta 2, e r c 3 ✢ r c 2 è il lato.

Per il terzo modo. Il comun partitore de cubati 486, e 324 è 162, quale in 486 entra 3, & in 324 entra 2, si che i cubati sono 3, e 2, e r c 3 ✢ r c 2 è il lato, come s'è trouato per gl'altri dua primi modi, e questo basti de Binomij. Me ne vengo à Residui, da quali ne darò per più chiarezza alcuni esempi.

Cauisi la r c di questo Residuo 1 — r c 486 ✢ r c 324.

Auuertasi, che si come ne i sopradetti Trinomij, il primo nu. è fatto dal cubato del primo, e del secondo nu. del lato, in questo, che è Residuo il primo nu. è il cubato del primo num. meno il cubato del secondo num. del lato, e del resto si procede come, ne i Trinomij di sopra. Però dicasi il secondo num. essere 1 *N*, il primo sarà 1 ✢ 1 *N*.

Il triplo del quadrato del primo via il secondo fà il cubato di r c 486, che è 486.

Et il triplo del quadro del secondo via il primo fà il cubato di r c 324, che è 324.

Il primo è 1 ✢ 1 *N* il suo quadrato è 1 ✢ 2 N ✢ 1 q, triplato, cioè moltiplicato per 27, c di 3, perche sono tutti cubati, fa 27 ✢ 54 N ✢ 27 q. e questo si moltiplichi via il secondo, che è 1 N, e fa 27 N ✢

54 q

54 q ⁎ 27 c = 486, si partono per 27 num. de c magior dignità, e viene

1 N ⁎ 2 q ⁎ 1 c = 18, ò vero

2

1 c ⁎ 2 q ⁎ 1 *N* = 18. Il lato è 2, il cubato è 8 cauato da 18 resta 10, da questo si caui il prodotto di q di 2, che è 4 via 2 num. delle q, e fa 8, resta 2 dal quale si caui il prodotto di detto 2 via 1 num. de *N*, che è 2, e resta 0, e 2 vale 1 N, che è il cubato del secondo num. del lato,

.
8
—
10
8
—
2
2
—
.

e perche il primo fù messo 1 ⁎ 1 N farà 3 per il cubato del primo num. che cauata la r c di ciascheduna, e cauato vno dell'altro farà per il lato di questo residuo r c 3 — r c 2.

*S*i troui per il terzo num. sia parimente il secondo 1 N, & il primo 1 ⁎ 1 N; il quadrato di 1 N è 1 q triplato, e 27 q moltiplicato via il primo, che è 1 ⁎ 1 N, fà 27 q ⁎ 27 c = 324, si partono per 27 viene

2

1 c ⁎ 1 q = 12. Il lato è 2, il suo cubato è 8 cauato da 12 resta 4, dal quale si caui il prodotto di 4, q di 2 via 1 num. delle q, che è 4, e resta 0, e 2 vale 1 N per il secondo num. e r c 3 — r c 2 è il lato.

Caui-

Cauisi la r c di 2 — r c 2025 ✳ r c 1215.

Il secondo num. del lato c da trouarsi è 1 N il primo sarà 2 ✳ 1 N, questo quadrato *fà* 4 ✳ 4 *N* ✳ 1 q triplato *fà* 108 ✳ 108 N ✳ 27 q, e questo si moltiplichi via 1 N secondo num. e fa 108 N ✳ 108 q ✳ 27 c = 2025 cubato di r c 2025, si diuidano per 27; e s'acõmodino secōdo l'ordine delle dignità, e viene

3

1 c ✳ 3 q ✳ 4 N = 75. Il lato è 3, il suo cubato è 27, quale si caui da 75 resta 48, dal quale si caui il prodotto del q di 3, che è 9 via 4 num. delle q, e fà 36, e resta 12, dal quale si caui il prodotto del detto 3 via 4 num. de N, che è 12, e resta 0, e 3 vale 1 *N*, & è il cubato del secondo num. del lato, il primo fù messo 2 ✳ 1 *N* *farà* 5, si caui la r c di ciascheduno, e si caui vna dall'altra r c, e fà per il lato r c 5 — r c 3.

27
—
48
36
—
12
12
—
00

Si troua l'isteßo lato con il terzo num. sia pure il primo 1 N, il secondo è 2 ✳ 1 N. la r q di 1 N è 1 q triplato *fà* 27 q (perche sono cubati) moltiplicato via il primo num. che è 2 ✳ 1 N, e *fà* 54 q ✳ 27 c = 1215 cubato di r c 1215. Si partano per 27, e si mettano per ordine viene

1 c ✳

$1c + 2q = \overset{3}{45}$.	Il lato è 3, il cui cubato è 27, ca-
27	uato da 45 resta 18, dal quale si
—	caui il prodotto del quadrato di
18	3, che è 9 via 2 num. delle q, e fà
18	18, e resta o, & è 3 per il secon-
—	do num. come prima, & è pure
00	per il lato r c 5 — r c 3.

Si può anco trouare l'istesso lato per il terzo modo con trouare vn comun partitore, che diuida il cubato delle r c; che è in questo 405, che in 2025 entra 5, & in 1215 entra 3, mà perche pare, che ad alcuni apporti difficultà di trouare questo comun partitore, si sghisino tante volte fin che si riduchino à primi num. che non si possano più diuidere, e quegli saranno i cubati del lato.

Diciamo di questi stessi	2025:	1215
Diuidasi per 5 vengono	405:	243
di nouo si diuidano per 3 vengono	135:	81
e poi si diuidano per 9 vengono	15:	9
di più si diuidano per 3 vengono	5:	3,

che sono numeri primi, e saranno i cubati del lato c 5; e 3, & il lato r c 5 — r c 3. Se si moltiplicaranno li diuisori fra loro faranno il comun partitore, come 3 via 9 fà 27, e questo via 3 fa 81, e questo via 5 fà 405 comun partitore, che fù detto la prima volta, e questo basti di questa sorte di Trinomij, e Residui cubi, l'ordine ricerca di cauar la r q di Quadrinomij, e con soluere l'ottauo quesito insegnarò il modo

troua-

Trouisi la r q di 57 ✱ r q 980 ✱ r q 588 ✱ r q 60.

Sappiasi primo, che il lato di questo quadrinomio è vn trinomio, secōdo, che 57 è la somma delli quadrati di tutti tre li numeri.

Si può cauar questa r q in due modi il primo, come da numeri ordinarij.

57 ✱ r q 980 ✱ r q 588 ✱ r q 60 | 7 ✱ r q 5 ✱ r q 3.
49. r q 196

8 r q 980
5

3: 0 0 0 r q 588 ✱ r q 60
r q 198 ✱ r q 20

3 r q 588 ✱ r q 60

0: 0 0 0 0

Il lato di 57 è 7. il cui quadrato è 49 cauato da 57 resta 8. Per trouare la seconda figura si dupli il 7 fà 14, per il quale si parta r q 980, si quadri il 14 fà 196, & in r q 980 entra r q 5 & è la seconda figura, il prodotto di 196 via r q 5 fà r q 980, cauato da r q 980 resta 0, & il quadrato di r q 5 è 5, questo cauato da 8 resta 3, per formare la seconda figura, che è la terza, si dupli 7 ✱ r q 5 lati trouati, e fanno 14 ✱ r q 20, & in r q 588 ✱ r q 60, entra per la seconda figura,

che è la terza r q 3; perche 196 quadrato di 14 entra in r q 588, r q 3, e r q 20 in r q 60 entra parimente r q 3, hora moltiplichisi 196 quadrato di 14 duplo di 7 via r q 3 fa r q 588, che cauato da r q 588 resta o, e moltiplicato r q 20 via r q 3 fà r q 60, che cauato da r q 60 di sopra resta o, & il quadrato di r q 3 è 3, che cauata da 3 num. restato di 57, resta o, & il lato è 7 -+ r q 5 -+ r q 3.

Si può trouare in vn'altro modo più facile assai, lasciandosi d'oprare il 57. Si pigli la metà di r q 980 -+ r q 588 -+ r q 60, che è r q 245 -+ r q 147 -+ r q 15.

Si quadrino, e si moltiplichi il primo 245 via il secondo 147, e produce 36015, e questo si parta per il terzo che è 15, e viene 2401, che è num. rationale & il suo lato è 49 per il quadrato del primo num. del lato, per il quale si parta 245 quadrato di r q 245, e vien 5 per il quadrato del secondo num. del lato, e per l'istesso 49 si parta 147, quadrato di r q 147, e viene 3 per il quadrato del terzo num. del lato, e se per 5 si parte 15, e viene parimente 3, si che sono tre quadrati 49: 5: 3, si pigli la r q di ciascheduno, e si sommino insieme faranno per il vero lato 7 -+ r q 5 -+ r q 3, e questa, e la vera solutione dell'ottauo quesito nostro stampato, senza oprare quella, che pur vna persona pretendeua insegnarmi, se ben disse mostrerò qui il modo non curandomi d'insegnarlo à chi non lo sa, io che lo sapeuo più breue, e più facile non l'hò imparato, ne me ne sono seruito.

Auanti passi più oltre voglio mostrare il modo di cono-

conoscere quando questa sorte di quadrinomij è rationale, e se ne può cauare la r q. Il primo è che il quadrato del primo nu. è maggiore del quadrato di ciaschedun'altro num. Il secondo è che à moltiplicare la metà del quadrato del primo delle tre r q via il quadrato della metà del scondo, e partito per il quadrato della metà del terzo venga num. rationale, e quadrato. Terzo, e questo stabilisce la cognitione, che li tre quadrati sommati assieme faccino quanto è il primo num. de quatro, che dicessimo esser la somma di tutti tre i num. che fanno, e constituiscono il lato.

Sia per esempio 12 ꝑ r q 324 ꝑ r q 120 ꝑ r q 70, questo non è rationale perche 144 quadrato di 12 è meno di 324 quadrato di r q 324 per il primo modo si troua non esser rationale.

Sia 12 ꝑ r q 80 ꝑ r q 60 ꝑ r q 20.

La metà di r q 80 è r q 20, la metà di r q 60 è r q 15 e la metà di r q 20, e r q 5 quadrati tutti tre fanno. 20 : 15 : 5. moltiplicato 20 via 15 fà 300, partito per 5 vien 60, che non è num. quadro, e però non hà lato, e non è rationale, benche habbia la prima parte, e conditione.

Sia 12 ꝑ r q 128 ꝑ r q 547 ꝑ r q 48.

Questa hà le dua prime conditioni, cioè 144 quadrato di 12 è maggiore di qual si sia de gl'altri quadrati, hà anco la seconda conditione, perche la metà di r q 128 è r q 32, la metà di r q 54 è r q $13 \frac{1}{2}$, e la

metà di r q 48 è r q 12 quadrati tutti tutti tre fanno $32: 13 \frac{1}{2}: 12$; il prodotto di 32 primo via $13 \frac{1}{2}$ secondo è 432, partito per 12 viene 36, che è num. quadro, il cui lato è 6, per il quale partito 32 viene $5 \frac{1}{3}$, e per l'istesso 6 partito $13 \frac{1}{2}$ viene $2 \frac{1}{6}$, si che sono tre num. $6: 5 \frac{1}{3}: 2 \frac{1}{6}$ pigliata la r q di ciascheduno, e sommati assieme sarà per il lato r q 6 + r q $5 \frac{1}{3}$ + r q $2 \frac{1}{6}$, e parche sia bono, mà perche i quadrati di questi tre num. sommati assieme fanno $13 \frac{1}{2}$, e doueua esser 12 dicasi assolutamente tal quadrinomio non hauer lato, mancandoli la terza conditione, che è, che li quadrati del trinomio lato sommati assieme nõ fanno 12, come doueua essere.

Estrattione di trinomij, quadrinomij, e di più nomi con radici vniuersali, ò ligate, ò con Binomij di r qq.

CAuisi la r q di 32 + r q (r q 1310720 − 512.) Questo, benche trinomio si può chiamar binomio,

mio, il primo num. è il 32, & il secondo num. è la radice ligata, ò vniuersale, e si caua questa radice, come da binomij ordinarij.

Per Algebra si diuida 32 in dua parti, che moltiplicata vna via l'altra faccia il quadrato della metà di r q (r q 131072 — 512) la metà è r q (r q 81920 — 128.) & il suo quadrato è r q 81920 — 128. Vna parte di 32 è 1 N, e l'altra è 32 — N. moltiplicata vna via l'altra fa 32 *N* — 1 q = r q 8192 — 128. Traspiantati viene.

1 q = 32 *N* — r q 81920 — 128. La metà di 32 è 16, il suo quadrato è 256, da questo si caui r q 81920 — 128, e resta 384 — r q 81920, di questo residuo se ne caui la r q, del quadrato di 384, che è 147456, se ne caui il quadrato di r q 81920, che è 81920, e resta 65536, la cui r q è 256, questa si sommi, e si caui da 384 num. per la somma *fà* 640, e per il resto 128, se ne pigli di ciascheduno la met*à*, e viene 320, e 64, e di ciascheduno se ne caui la r q, e si caui vno dall'altro, perche è residuo, e viene, per il lato r q 320 — 8 e questo lato s'aggiunge è si caua da 16 metà di 32 N, e per la somma viene r q 320 ✢ 8, e per il resto 24 — r q 320, si caui di ciascheduno la r q. La r q di r q 320 ✢ 8 è r q (r q 320 ✢ 8) e la r q di 24 — r q 320 è r q 20 — 2, che sommati assieme fanno per il vero lato di 32 ✢ r q (r q 1310720 — 512) questa r q (r q 320 ✢ 8) ✢ r q 20 — 2, come se ne può fare l'esperienza, e proua con la moltiplicatione, quale tralascio, che ogn'vno la potr*à* da se fare.

*S*enza

Senz'Algebra si potrà trouare questo lato con la regola ordinaria di cauare le r q de Binomij, che è cauare dal quadrato di 32 il quadrato di r q (r q 1310720 — 512,) e del resto cauarne la r q, e così si conosce quando è rationale, che del resto se ne possa cauare la r q, quale, s'aggiunga, e si caui dal num. primo, che è 32, e della somma, e del resto se ne pigli la metà, e di queste metà se ne pigli la r q, e sommate saranno il vero lato. Ne darò altri esempij; & oprarò senz'Algebra.

Cauisi la r q di r q 8 ✱ 2 ✱ r q (r q 2048 — 32.)

Questo quadrinomio si riduce parimento à Binomio il primo num. è r q 8 ✱ 2, & il secondo è r q (r q 2048 — 32.)

Il quadrato di r q 8 ✱ 2 è 12 ✱ r q 128, & il quadrato di r q (r q 2048 — 32) e r 2048 — 32, da quello cauato questo resta 44 — r q 1152, la r q di questo residuo è 6 — r q 8, questo sommato con r q 8 ✱ 2 fà 8, l'istesso 6 — r q 8 cauato dall'istesso r q 8 ✱ 2 e resta r q 32 — 4. Si pigli la metà d'8, & è 4, e la metà di r q 32 — 4, è r q 8 — 2, la r q di 4 è 2, e la r q di r q 8 — 2 è r q (r q 8 — 2) sommati assieme fanno per il lato del sopradetto quadrinomio 2 ✱ r q (r q 8 — 2.) Chi non lo crede lo proui con la moltiplicatione in se stesso, e quello si dice di questo s'inten de anco de Residui, e questo basti.

Quesito

Questo quesito settimo nell'ordine di miei quesiti stampati è l'vltimo da sciorsi, e l'hò messo in questo luogo; perche vi vanno tutte dua le sopradette radici, perche con vn num. ò due num. ò tre sciolti alle volte s'accompagna vn binomio vniuersale, ò ligato, & alle volte vna r qq, come sono i lati de secondi, e terzi binomij, però sciorrò il quesito, & insegnarò il modo in vn medemo tempo. Dice così.

Si brama sapere la r q di questo num. composto senza parentesi.

9 -+ r q 32 -+ r q 24 -+ r qq 23328 -+ r qq 2592.

Questa quantità si diuide in dua parti; però si può chiamar Binomio, e cauarne la r q, come d'vn binomio, oprarò senz'Algebra si quadri la prima parte, che è

24	9 -+ r q 32 -+ r q 24
32	9 -+ r q 32 -+ r q 24
81	r q 1944 -+ r q 768 -+ 24
—	r q 2592 -+ 32 -+ r q 768
137	81 -+ r q 2592 -+ r q 1944

Da 137 -+ r q 10368 -+ r q 7776 -+ r q 3072. quad.
Cauisi r q 41472 -+ r q 31104. quadrato.

Resta 137 -- r q 10368 -- r q 7776 -+ r q 3072.

Si qua-

Si quadri la secõda parte che è rqq 23328 + rqq 2592
rqq 23328 + rqq 2592

rq 7776 + rq 2592
rq 23328 + rq 7776

Il quadrato è rq 41472 + rq 31104 questo si caua dal quadrato della prima parte del quinquinomio, e resta 137 — rq 10368 — rq 7776 + rq 3072. Di questo resto se ne caui la rq, come di sopra è stato insegnato, per il primo modo.

| 9 — rq 32 — rq 24

137 — rq 10368 — rq 7776 + rq 3072
81 — rq 10368 — rq 7776 + rq 3072

— 56   o   o   o

La rq di 137 sarà 9, il cui quadrato è 81 cauato da 137 resta 56, Per formar la seconda figura si dupli il 9, e fà 18, per il quale si parta — rq 10368, però si quadri 18, e fà 324, che in rq 10368 entra 32, e rq 32 è la secõda fig. & a partire — per + vien —, e sarà — rq 32, & il prodotto di — rq 32 via + 324 fa — rq 10368, quale cauato da — rq 10368 resta o. Il quadrato di — rq 32 è + 32, che cauato da 56 resta 24. Per formar la seconda figura, che sarà la terza, si du-

9
2
—
18 32
18 —
— 24
324 24
32 —
— o.
648
972
—
10368
—
18 — rq 128
— r 24

512
256
———
+ r q 3072
+ 324
— r 24
———
1296
648
———
— r q 7776

si dupli 9 — r q 32, e viene 18 — r q 128. Il quadrato di 18, che è + 324 & in — 7776 entra — r q 24, e — 128, in + r q 3072 entra parimente — r q 24 per la terza figura e moltiplicandosi + 324 via — r q 24 fà r q 7776, quale cauato da — r q 7776 resta o, e moltiplicandosi — r q 128 via — r q 24 fà + r q 3072, quale cauato da + r q 3072 resta o, e cauandosi il quadrato di — r q 24, che è + 24, da 24 num. assoluto resta o, e 9 — r q 32 — r q 24 è il lato di 137 — r q 10368 — r q 7776 + r q 3072.

Il qual lato, s'aggiunga a 9 + r q 32 + r q 24 primo num. del binomio, ò prima parte del quinquinomio, e viene per la somma 18, e l'istesso lato 9 — r q 32 — r q 24, si caui dell'istesso 9 + r q 32 + r q 24, e resta + r q 128 + r q 96. e della somma, e del resto se ne pigli la metà, di 18 è 9, e di r q 128 + r q 96 è r q 32 + r q 24. Si caui di ciascheduno la r q, di 9 è 3, e di r q 32 + r q 24 è r qq 18 + r qq 2, gionti insieme fanno 3 + r qq 18 + r qq 2, per il vero lato del sopradetto quinquinomio 9 + r q 32 + r q 24 + r qq 23328 + r qq 2592.

Ma sento chi desidera, che caui la r q di r q 32 + r q 24 terzo binomio, volentieri la seruo, il quadrato di r q 32 è 32, & il quadrato di r q 24 è 24, questo cauato da 32 resta 8, la cui r q è r q 8, si sommi, e si caui da r q 32, partitor comune 8, somma r q 72, e

resta r q 8, la metà di r q 72 è r q 18, e la metà di r q 8 è r q 2, si pigli la r q di ciascheduno, e si sommino assieme, viene r qq 18 ⁺ r qq 2.

Si può anco soluer questo quesito per Algebra diuidendosi 9 ⁺ r q 32 ⁺ r q 24 in dua parti, che il prodotto di vna via l'altra faccia il quadrato della metà di r qq 23328 ⁺ r qq 2592: mà perche per le cose dette di sopra è chiarissimo il modo lo tralascio, solo voglio aggiungere il secondo modo di cauare la r q di 137 — r q 10368 — r q 7776 ⁺ r q 3072.

La metà di — r q 10368 è — r q 2592. la metà di — r q 7776 è — r q 1944, e la metà di ⁺ r q 3072 è ⁺ r q 768, si quadri ciascheduno è viene — 2592 — 1944 ⁺ 768, si moltiplichi 2592 primo num. via — 1944 secondo num.

Prodotto ⁺ 5038848, questo partito per ⁺ 768 viene ⁺ 6561, la cui r q è ⁺ 81 per il quadrato del primo num. del lato, per questo si parta — 2592, e viene — 32 per il quadrato del secondo num. del lato e per l'istesso ⁺ 81, si parta — 1944, e viene — 24 per il terzo num. del lato, quale — 24, si troua se per — 32 si parta ⁺ 768 vltimo num. o terzo, e viene pure — 24 si che haremo tre quadrati 81 — 32 — 24 si pigli la r q di ciascheduno, & haremo 9 — r q 32 — r q 24 per il vero lato, come fù trouato per il primo modo, voglio aggiungere la proua, che questo sia il lato, e poi del lato del quinquinomio con la moltiplicatione.

9 — r q

9 — r q 32 — r q 24
9 — r q 32 — r q 24

— r q 1944 + r q 768 + 24
— r q 2592 + 32 + r q 768
81 — r q 2592 — r q 1944

Quadrato 137 — r q 10368 — r q 7776 + r q 3072, e ritorna l'istesso. Dunque il trouato è il vero lato quadro del num. proposto.

Resta prouare, che 3 + r qq 18 + r qq 2 sia il lato del quinquinomio sopradetto, che si vedrà con il moltiplicarlo in se stesso.

3 + r qq 18 + r qq 2
3 + r qq 18 + r qq 2

---

r qq 1458 + r qq 162 + r q 32 + r q 24
9 + r qq 1458 + r qq 162

---

9 + r q 32 + r q 24 + r qq 23328 + r qq 2592

Et ecco che torna, come prima benissimo, voglio vediamo, come à moltiplicare r qq 18 + r qq 2 in se stesso faccia r q 32 + r q 24.

A moltiplicare r qq 2 via r qq 2 fà r qq 4, caua La r q resta r q 2.

A moltiplicare r qq 18 via r qq 2 fà r qq 36, cauata La r q viene r q 6.

r qq 18 + r qq 2
r qq 18 + r qq 2

---

r q 6 + r q 2
r q 18 + r q 6

r q 32 + r q 24

Et à moltiplicare r qq 18 via r qq 18 fà r qq 324, la r q di 324 è r q 18.

A sommare r q 18 con r q 2, partitor 2, vien r q 32. Et à sommar r q 6 con r q 6 vien r q 24, moltiplicato per 4 quadrato di 2.

Et eccomi ò Lettore con l'aiuto del Cielo al fine di questa mia intrapresa fattiga nella speculazione de numeri, & ecco disciolte quelle difficoltà, che io già sono quasi due Anni publicai alle Stampe, e se in questa fatiga scorgerai cosa degna di lode riconoscela da Iddio Autor d'ogni bene, se poi scoprirai errore alcuno ascriuendolo all'humana fragilità, & al peso, che tengo perdonami, come instantemente nel principio dell'Opera ti pregai. Queste son dunque le Questioni, che io di già dispensai nelle più principali Città d'Italia, doue haueuo inteso esser Huomini di valore. Come in Roma, Milano, Napoli, Bologna, Ferrara, Venetia, Perugia, Macerata, Vrbino, Padoua, Assisi, S. Seuerino, & altre, e fuori d'Italia in Vienna, e Spruch, in Milano furno esattamente risolute, prima la settima, & Ottaua, e poi tutte l'altre dal Padre Antonio Santini Gentilhuomo Luchese della Congregatione de Somaschi, nel quale come Sole lucidissimo risplendono à mio giuditio l'acutezza dell'ingegno, e la bontà de costumi, con l'eminenza del sapere, & da Napoli il Sig. Gio: Camillo Gloriosi, del cui valore puole certo l'età nostra gloriarsi, mi scriue hauer stampata la solutione di tutte noue le Questioni, nella sua terza

Deca

Deca, la quale ancor non m'è peruenuta alle mani; benche Sua Signoria m'habbi honorato mandarla da Napoli à Roma.

In Roma ancor che l'habbi mandate à diuerse persone intendenti vno solo le risoluè tutte fuor, che la settima, e l'ottaua, dicendomi la prima volta, che mi scrisse, che la mia settima, come staua stampata era impossibile, e l'ottaua non sciolse bene, quale vn' altra volta trouò; mà la settima mai. Di Padoua venne la solutione di tutte fuorche della quarta, settima, & ottaua dicendomi *chi hauerà inteso quello, che scriuono Simone Steuino, & Alberto Girardi nella materia dell' Algebra, non trouarà difficoltà in dar solutione à queste Questioni, & altre*; questi Autori io mai ho visti. D'Assisi venne la solutione del settimo, & ottauo, d'altre Città non venne solutione alcuna.

Per esser dico state risolute da questi so, che alcuni stimeranno essere stato souerchio impiego il mio nello stampar quest'Opra, ma mi perdonino questi tali, che se meco discorrendo riguarderanno il fine io hebbi, di gia significato nel principio dell'opra, cioè di far scorgere à molti, che quanto la mia penna fù pronta in comporre quelle difficoltà, altresi fù pront', e valeuole nel disciorle; se ciò dico discorreranno non stimeranno io habbi hauer intraprese opera vana, ne per certo stimo per altra via harei potuto sottrarmi dalla mordacità d'alcuni, li quali forsi mi riputarono tanto poco intendente nel reciderle,

le quanto perauuentura temerario nel publicarle; per lo che s'altro non harò conseguito nelle notturne vigilie in così fatti studij, hauerò almeno dimostrato la termerita del giuditio di quelli, che hebbero a giudicar me temerario, oltre che quantunque le mie Questioni da molti sijno state solute con il modo integnato da altri, e da me non veduto, e per auuentura la via da me tenuta assai diuersa, non hà dubbio il mondo non sia per hauer diletto di cotal varieta: Sò che alcuni per hauer io stampato nella volgar fauella scherniranno il mio consiglio, ma sappino questi Aristarchi, che *aliena facta reprehendere, vel cuilibet est facillimum*, dirò per mia difesa, che a voler palesare il proprio concetto *à* gl'Huomini scientiati basta il fauellar per enigma; se sia poi lodeuole, lo lascio giudicare ad altrui; *mà* il volere essere inteso da quelli, i quali son mal nutriti nelli stud j, per cagione di loro ammaestrare non sono à proposito per così dire i geroglifici, mediante li quali pare, che molti Huomini illustri nelle Matematiche pretendessero far palese l'opere loro, nelle cui non altro poi di manifesto si scorge non dirò il titolo, che pur sarebbe cosa di non picciol rilieuo; ma solo il proprio nome, questi à mio credere si dimostrarono auari nel dispensare i beni dell'animo, e degni di repreensione, come nel dispēsare quegli della fortuna, ond'io da somigliāte vitio a più potere scostādomi, dando nell'annimo luogo à vna douuta liberalita, deliberai scriuere in volgar fauella con questa

via

via potendosi molto meglio esercitar quella virtù, essendo lecito à chiunque sia participare di questo bene, cioè à dire degli ammaestramenti di questa disciplina quando in questa, e non in altra lingua dichiarati sijno: così giuditiosamēte fecero Pietro Norio, e *Simone Steuino*, quello di natione *Spagnola*, con materna lingua scriuendo, e questo Francese ad imitatione di lui, li quali per certo non mi lasceranno essere autore dello scriuer le Matematiche, con quelle voci, che dalle fasce portiamo. Rimarrà dunque benigno Lettore tù sij contento hauere à cuore la mia presente fattica per arra di quelle, alle quali col tempo à benefitio tuo sono per apigliarmi, quì ti lascio à Dio.

IL FINE.

ERRORI DA CORREGGERSI.

A Carte 3 Linea 6 proposte:5, 6 fù, 7: 15 stampare: 18, 9 di N via c, 21: 15 — 9 N: 16, 9 N: 37, 21 8 q: 39, 24 toccandosi: 41, 9, 3 q: 48, 14 r q: 72 N, 51: 24 -+ 46 qq, 54: 14 doue è il secondo punto, 62, 18 triplare il quadro: 63, 9 r q 7291: 66, 3 si cassi vn che: 68, 16 segnati. 70: 8 che è 243: 76, 3 10, 87: 5, 349, 7, 252304: 7 denominatore: 8, 349, 8, 75384, 9, 75384, 88: 14 comparatione 103: 6 pigli, 109: 19, 31, 114: 10 -+ N, 115: 6, 48, 118: 4 -+ 5 N. 120: 20, 500, 122: 24 r q 5, 125: 18, 151362, 130: 12 triplo ai 1, 136: 11 operatione, 139: 1 che, 12, 24564 ai 155700, 142: 11 partitor secondo; 153: 25 via il secondo & aggiongi -+ il quadruplo del primo via il c del secondo, 154: 1 numero, 160: 4, e d'insegnare, 20 di maggior, 164: 26 si cassi che, 173: 6 1310720, 9 r q 81920, 174: 16 r q 2048.

19. 7. r. q. 5 N. 38. 5. 25. q. 7. 25. q. 55. 17. 4 c. 59. 20. r q 108 N. 118. 11. Isomeria. 127. 15. Isomeria. 144. 1. figura. 147. 16. 1 N. 20. r q. 50 N. 162. 0. 1 N. 167. 22. doue dice primo leggi secondo, e secondo primo, 171. 21. si cassi parte, e 172. 14. r di.

Fig

Esponēti / Esponēti	1	2	3
	N	q	c
1 N	q	c	qq
2 q	c	qq	qc
3 c	qq	q c	cc
4 qq	q c	cc	qq c
5 q c	cc	qq c	q cc
6 cc	qq c	q cc	ccc
7 qq c	q cc	ccc	qq cc
8 q cc	ccc	qq cc	q ccc
9 ccc	qq cc	q ccc	cccc

Fig

Esponēti	Esponēti 1	2	3
	N	q	c
1 N	num.	N	q
2 q	N	num.	N
3 c	q	N	num.
4 qq	c	q	N
5 qc	qq	c	q
6 cc	qc	qq	c
7 qqc	cc	qc	qq
8 qcc	qqc	cc	qc
9 ccc	qcc	qqc	cc